

# **Wellington Santos Barros**

# Implementação e validação de método comparativo de calibração de sistema por interferometria a laser para medição linear

## Dissertação de mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pósgraduação em Metrologia para a Qualidade Industrial do Centro Técnico Científico da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Gregório Salcedo Muñoz

Rio de Janeiro 23 de setembro de 2002 Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

## **Wellington Santos Barros**

Graduou-se em Engenharia Mecânica na Universidade Gama Filho em 1992. Trabalha no Laboratório de Metrologia Dimensional do Inmetro onde é Chefe Substituto do Laboratório e é responsável por calibrações e pesquisas na área de metrologia dimensional. É avaliador técnico e de sistema de laboratórios para credenciamento junto ao Inmetro, membro da Comissão Técnica de Dimensional da Divisão de Credenciamento de Laboratórios do Inmetro, membro do Comitê Setorial de Normalização do Mercosul e ABNT.

Ficha Catalográfica

Barros, Wellington Santos

Implementação e validação de método comparativo de calibração de sistema por interferometria a laser para medição linear / Wellington Santos Barros; orientador: Gregório Salcedo Muñoz. – Rio de Janeiro: PUC, Centro Técnico Científico da PUC, 2002.

v.,120 f.: il. ; 29,7 cm

1. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Centro Técnico Científico da PUC.

Inclui referências bibliográficas.

1. Metrologia dimensional. 2. Sistema laser de medição. 3. Laser interferométrico. I. Muñoz, Gregório Salcedo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Centro Técnico Científico da PUC. III. Título.

# Dedicatória

À minha esposa Vânia pela paciência e compreensão.

Aos meus filhos Lucas e Daniel pelo apoio.

Aos meus pais José e Porfíria pelo amor e educação recebida.

## Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Grégorio Salcedo Muñoz, um grande amigo, pelo apoio e pela paciência no desenvolvimento deste trabalho.

A Léa Contier de Freitas pelo precioso incentivo dado ao desenvolvimento da minha carreira.

Ao meu colega João Antônio Pires Alves, pelo apoio técnico nos pontos relevantes da dissertação, desempenhando com competência e dedicação um papel muito importante neste trabalho.

Ao colega José Carlos Valente de Oliveira, pela idealização da dissertação e pelo total apoio e compreensão.

Aos colegas do Laboratório, Luiz H. Brum, Marcos Motta, Paulo Câmara, André Luiz Moraes, pela dedicação, incentivo e apoio dado.

A Eliane Albernaz, secretária do ITUC, pela competência e dedicação em ajudar os alunos do curso.

Aos colegas do Inmetro, Luiz H. Paraguassú, Luiz C. Cabral, Janice B. Fernandes, Marcelo S. Monteiro, José Renato R. Siqueira, Cláudio Roberto, Valter Aibe, Jorge A.P. Cruz, Paulo G. Couto, Túlio P. Franklin, Valquimar e Írio, pelo auxílio no desenvolvimento deste trabalho.

## Resumo

Barros, Wellington Santos; Muñoz, Gregório Salcedo. Implementação e validação de método comparativo de calibração de sistema por interferometria laser para medição linear. Rio de Janeiro, 2002.120 p. Dissertação de Mestrado, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho tem por objetivo implantar um método para calibração de sistema de medição linear por interferometria laser por meio de comparação a um outro sistema laser de referência. O referido método é considerado mais simples que a calibração por componentes realizada atualmente e, conforme demonstrado no trabalho, apresenta confiabilidade metrológica que atende a exatidão necessária para as aplicações dos laseres em metrologia dimensional, vindo suprir uma necessidade metrológica dos laboratórios credenciados pelo Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Inmetro) e do parque industrial brasileiro, usuários destes sistemas de medição. А implantação do sistema para calibração de lasers de medição foi baseada em normas internacionais de calibração e de cálculo da incerteza de medição e utilizou um sistema laser de referência calibrado no Inmetro, com rastreabilidade a padrões nacionais, com as menores incertezas possíveis. O método de medição implantado realiza a calibração de um sistema laser por comparação a outro utilizando medições feitas a partir do deslocamento da mesa onde é a apoiado o prisma óptico. O que é de fato analisado é a diferença das medições dos dois sistemas laser para um mesmo deslocamento. Foram registradas as diferenças das indicações de 200 mm em 200 mm de deslocamento, em um total de 2000 mm, que variaram de 0,027 µm a 0,690 µm. Foram realizadas três medições para cada deslocamento e quatro repetições completas do procedimento em dias diferentes, com variação do desvio padrão de 0,009 µm a 0,098 µm e incertezas expandidas que variaram de 0,109 µm a 0,306 µm. São apresentadas a metodologia de calibração, cálculos das correções, fontes de erros e cálculos da incerteza de medição para a comparação de sistemas laseres de medição linear.

## Palavras-chave:

Metrologia dimensional, sistema laser de medição, laser interferométrico

## Abstract

Barros, Wellington Santos; Muñoz, Gregório Salcedo. Implementation of a calibration method for interferometric linear laser measurement systems by comparison. Rio de Janeiro, 2002.120 p. MSc. Dissertation, Pontificia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The present work aims at the implementation of a calibration method for interferometric linear laser measurement systems by comparison to another reference system. The proposed method is considered simpler than the calibration by components that is carried out today at Inmetro (National Institute of Metrology, Standardization and Industrial Quality) and, as demonstrated along this work, presents the metrological reliability and accuracy necessary for several applications of lasers in dimensional metrology. This approach will supply the metrological needs of several laboratories accredited by Inmetro and of the Brazilian industry in general, users of such measurement systems, regarding cost and time of calibration. The method implemented was based on international technical standards related to calibration and uncertainty calculation and used a reference system calibrated at Inmetro, with traceability to national standards, with the lowest uncertainties that could be achieved. The said method performs the calibration of a laser system by comparison to another through measurements of the displacement of the table where the optical prism rests. What is indeed analyzed is the difference of the measurements obtained by the two laser systems for the same table displacement. The differences were recorded for each displacement of 200 mm, in a total of 2,000 mm, their variation being from 0.027  $\mu$ m to 0.690  $\mu$ m. The whole procedure was repeated four times, in different days, with three measurements for each displacement. Their standard deviation varied from 0.009 µm to 0.098 µm while their expanded uncertainties varied from 0.109 µm to 0.306 µm depending on the value of the displacement. The calibration methodology, correction calculation, errors sources and measurement uncertainty calculations for the linear measurement laser systems comparison are presented in this dissertation.

## Keywords:

Dimensional; laser system; laser interferometric

# Sumário

1. Introdução	15
1.1. Objetivo e Motivação	15
1.2. Organização da Dissertação	20
2. Sistema Laser de Medição	22
2.1. Definições e Breve Histórico	22
2.2. Princípios da Física do Laser	23
2.3. Componentes do Sistema de Geração do Laser	24
2.4. Classificação dos Laseres	26
2.5. Interferômetro de Michelson	29
2.6. Princípio de Funcionamento do Laser para Medição Linear	31
2.7. Aplicação do Laser Específica em Metrologia Dimensional	33
2.7.1. Calibração de Máquina-Ferramenta	33
2.7.2. Calibração de Máquina de Medição	36
2.7.3. Acoplamento a Dispositivos de Medição Linear	38
3. Sistema de Referência para Calibração do Sistema Laser	40
3.1. Considerações Gerais	40
3.2. Tipos de Arranjos de Medição	41
3.2.1 Deslocamento dos Feixes dos Laseres em Sentidos Opostos	41
3.2.2. Deslocamento dos Feixes dos Laseres no Mesmo Sentido	43
3.2.3 Simétrico com Prisma Triplo Especial	44
3.2.4 Critério para Escolha do Arranjo de Medição	47
3.3. Descrição do Processo de Calibração	48
3.3.1. Condições Ambientais da Calibração	50
3.3.2. Posição dos Sensores Ambientais e do Material	51
3.3.3. Equipamento e Acessórios Utilizados	51
3.3.4. Montagem do Sistema de Medição	53
3.3.5. Alinhamento dos Sistemas Laseres	54
3.4. Observações sobre o Procedimento Experimental	57
4. Fontes de Erros na Medição com Sistemas Laser	58
4.1. Efeitos da Condição Ambiental e da Temperatura do Objeto	58
4.1.1 Compensação do Índice de Refração	58

4.1.2. Compensação da Temperatura do Objeto	. 61
4.2. Erro devido ao Comprimento "Morto"	. 63
4.2.1. Erro de Comprimento "morto" devido ao comprimento de onda	. 64
4.2.2. Erro de Comprimento "morto" devido à dilatação térmica	. 65
4.3. Instabilidade devido a Turbulência do Ar	. 66
4.4. Erro devido ao Alinhamento "Erro Co-seno"	. 67
5. Avaliação dos Resultados e das Incertezas de Medição	.71
5.1. Resultados	.71
5.2. Estatística Aplicada aos dados de medição	. 72
5.2.1. Teste da diferença entre variâncias	. 72
5.2.2. Teste da diferença entre duas médias	. 74
5.3. Incerteza de Medição	. 75
5.3.1. Etapas para o Cálculo da Incerteza de Medição	.75
5.3.2. Modelo Matemático da Medição	. 76
5.3.3. Incerteza Padrão do Tipo A (Repetitividade)	. 78
5.3.4. Incerteza Padrão do Tipo B	. 79
5.3.5. Coeficiente de Sensibilidade ci	. 84
5.3.6. Contribuição para a Incerteza Padrão	. 86
5.3.7. Incerteza Padrão Combinada u <sub>c</sub> (y)	. 86
5.3.8. Incerteza Expandida U	. 86
6. Conclusões e Recomendações	. 89
Referências Bibliográficas	. 92
7. Apêndices	. 95
Apêndice 1 – Erros Máximos Admissíveis Posicionamento	. 96
Apêndice 2 – Padrões de referência	. 97
Apêndice 3 – Radiações Recomendadas de Laseres Estabilizados	100
Apêndice 4 – Revisão da Equação de Edlén Realizada por Bönsch	104
Apêndice 5 – Tendência das Séries de Medição	105
Apêndice 6 – Análise Estatística	109
Apêndice 7 – Comparação dos erros dos sensores do Sistema-objeto.	114
Apêndice 8 – Planilhas de Incerteza de Medição	117

# Lista de figuras

Figura 1.1 – Rastreabilidade atual para sistemas laseres	. 17
Figura 1.2 – Rastreabilidade proposta para sistemas laseres	. 18
Figura 2.1 – Primeiro laser a gás (He e Ne)	. 22
Figura 2.2 – Esquema de um laser com meio ativo sólido	.26
Figura 2.3 – Esquema de um laser com meio ativo gasoso	. 27
Figura 2.4 – Esquema de um laser com meio semicondutor	. 28
Figura 2.5 – Interferômetro de Michelson	. 29
Figura 2.6 – Partes de um Sistema Laser de Medição	. 31
Figura 2.7 – Princípio de funcionamento do divisor de feixe do laser	. 32
Figura 2.8 – Seis graus de liberdade do movimento uma máquina	. 35
Figura 2.9 – Medição de posicionamento em X de um torno mecânico	. 36
Figura 2.10 – Medição de retitude em X de uma MMC	. 37
Figura 2.11 – Medição de Bloco-padrão por comparação	. 38
Figura 3.1 – Vista superior do arranjo de acordo com	.42
Figura 3.2 – Representação do erro abbe	.42
Figura 3.3 - Arranjo medição de acordo com [15]	.44
Figura 3.4 – Arranjo simétrico de acordo com [15] vista superior	.45
Figura 3.5 – Arranjo simétrico de acordo com [15] vista lateral	.45
Figura 3.6 – Arranjo simétrico de acordo com [15]	.46
Figura 3.7 – Vista de frontal do prisma triplo de medição especial	.46
Figura 3.8 – Caminho geométrico percorrido pelos feixes dos laseres	.49
Figura 3.9 – Sistema de medição vista 1	. 52
Figura 3.10 – Sistema de medição vista 2	. 53
Figura 3.11 – Esquema de montagem do sistema de medição	. 54
Figura 3.12 – Montagem para auxiliar o alinhamento do sistema-objeto	56
Figura 4.1 – Exemplo do comprimento "morto"	. 63
Figura 4.2 – Erro co-seno com espelho plano	. 67
Figura 4.3 – Erro co-seno com prisma de medição	. 67
Figura 4.4 – Distância S entre os feixes de referência e de medição	. 69
Figura 4.5 – Efeito ótico do desalinhamento do feixe do laser	. 70
Figura 5.1 – Gráfico do Desvio Padrão Combinado	. 87

Figura.5.2 – Gráfico das Incerteza de MediçãoxComprimento	88
Figura 6.1 – Banho termostático especial	90
Figura A.5.1 – Gráfico da Tendência da Medição 1	. 105
Figura A.5.2 – Gráfico da Tendência da Medição 2	106
Figura A.5.3 – Gráfico da Tendência da Medição 3	107
Figura A.5.4 – Gráfico da Tendência da Medição 4	108
Figura A.7.1 – Gráfico dos erros do sensor de temperatura do materia	l 114
Figura A.7.2 – Gráfico dos erros do sensor de temperatura do ar	115
Figura A.7.3 – Gráfico dos erros do sensor de umidade	. 115

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Critérios para escolha do arranjo de medição	48
Tabela 2 – Erro co-seno x ângulo de inclinação do alinhamento	69
Tabela 3 – Incertezas padrão associadas aos padrões de referência .	80
Tabela A.1.1 – Erros Máximos Admissíveis de Posicionamento pa	ra
Máquinas-Ferramenta	96
Tabela A.2.1 – Resultados do Higrômetro e a Incerteza em %	97
Tabela A.2.2 – Resultados do Termômetro 1 e a incerteza em °C	97
Tabela A.2.3 – Resultados do Termômetro 2 e a incerteza em °C	98
Tabela A.2.4 – Resultados do Barômetro e a incerteza em mmHg	98
Tabela A.3.1 – Tipos de Laseres Estabilizados	100
Tabela A.5.1 – Registro da Medição 1	105
Tabela A.5.2 – Registro da Medição 2	106
Tabela A.5.3 – Registro da Medição 3	107
Tabela A.5.4 – Registro da Medição 4	108
Tabela A.6.1 – Registro da Medição 1	109
Tabela A.6.2 – Comparação das Variâncias 1 e 2	109
Tabela A.6.3 – Comparação das Variâncias 1, 2 e 3	109
Tabela A.6.4 – Comparação das Variâncias 1,2,3 e 4	110
Tabela A.6.5 – Comparação das médias 1 e 2	111
Tabela A.6.6 – Comparação das médias 1 e 3	111
Tabela A.6.7 – Comparação das médias 1 e 4	112
Tabela A.6.8 – Comparação das médias 2 e 3	112
Tabela A.6.9 – Comparação das médias 2 e 4	112
Tabela A.6.10 – Comparação das médias 3 e 4	113
Tabela A.8.1 – Planilha de Incerteza para 200 mm	117
Tabela A.8.2 – Planilha de Incerteza para 2000 mm	119

## Lista de símbolos e nomenclaturas

- Inmetro Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial; NIST National Institute of Standards and Technology;
- PTB Physikalisch Technisch Bundesanstalt;
- Lamin Laboratório de Metrologia Dimensional;
- RBC Rede Brasileira de Laboratórios de Calibração;
- ITS-90 Escala Internacional de Temperatura de 1990;
- λ<sub>vac</sub> comprimento de onda da luz no vácuo
- $\lambda_{ar}$  comprimento de onda da luz no ar
- *p* pressão atmosférica;
- f umidade relativa;
- *T* temperatura ambiente;
- α coeficiente de dilatação térmica
- $\varpi_c$  erro de comprimento "morto" devido ao comprimento de onda
- $\theta$  ângulo de inclinação do alinhamento
- $\xi$  erro co-seno
- *S* distância entre os feixes de referência e de medição no alvo do cabeçote
- L<sub>0</sub> indicação do comprimento no laser de referência nas condições ambientais padronizadas;
- $\eta_0$  índice de refração do ar nas condições ambientais padronizadas;
- $\eta$  índice de refração do ar nas condições ambientais de medição;
- $L_{R_{\eta}}$  comprimento medido pelo laser de referência, corrigido para as condições ambientais de medição;
- $L_R$  comprimento do padrão a calibrar, medido pelo laser de referência, corrigido para a temperatura de 20<sup>0</sup>C;
- ε erro de indicação do sistema-objeto;

- $L_x$  indicação no laser em calibração do comprimento do padrão a calibrar corrigido para temperatura de 20  $^{0}$ C;
- $\Delta_{E_1}$  erro devido ao alinhamento do sistema-objeto;
- $\Delta_{E_2}$  erro devido ao alinhamento do sistema-referência;
- $e_{R_1}$  erro de resolução do sistema-objeto;
- $e_{R_{2}}$  erro de resolução do sistema-referência;
- $e_{f_1}$  erro de instabilidade do sistema-objeto;
- $e_{f_2}$  erro de instabilidade do sistema-referência;
- $\Delta \sigma_{q}$  erro devido à diferença dos "comprimentos mortos" dos laseres;
- *c*<sub>i</sub> coeficiente de sensibilidade;
- *U* incerteza expandida;
- *u<sub>i</sub>*(*y*) contribuição à incerteza padrão;
- $u_c(y)$  incerteza padrão combinada;
- *k* fator de abrangência.

## 1 Introdução

# 1.1 Objetivos e Motivação

A década de 1990 assistiu ao surgimento de um processo de integração econômica em escala mundial que delineou o fenômeno da globalização. O grande objetivo deste processo é obter novos patamares de crescimento econômico advindos do aumento da produtividade, redução de custos e aumento da qualidade dos produtos. Com isso, normas internacionais que versam sobre Qualidade foram criadas, dentre elas as da série ISO 9000, com o objetivo de fornecer diretrizes para se obter qualidade de produtos e serviços. Estes objetivos, porém, só podem ser alcançados se houver uma convergência entre os campos da Metrologia, da Normalização e da Qualidade.

Para atender às diretrizes dessas normas em um mercado cada vez mais competitivo, grande parte da indústria de manufatura tem adotado o uso de tecnologias de ponta, procurando produzir com qualidade e rapidez. Para isso, os processos de manufatura foram automatizados, sendo introduzidas máquinas numericamente controladas (CNCs), e os itens produzidos são constantemente avaliados com o objetivo de atender aos requisitos técnicos estabelecidos para sua qualidade, o que implica na manutenção da confiabilidade metrológica de todo o processo de fabricação.

Neste contexto, as metodologias de fabricação e medição estão em crescente avanço tecnológico para o atendimento dos requisitos de qualidade cada vez mais exigentes. As máquinas-ferramenta, que exercem um papel fundamental na produção de manufatura, devem portanto ser inspecionadas quanto ao requisito de avaliação dimensional, com objetivo de minimizar o desperdício na produção e gastos com refugo.

Para se manter a confiabilidade metrológica dos produtos no que se refere a suas dimensões, na maioria das vezes eles são avaliados por máquinas de medição por coordenadas (MMCs) que representam uma importante solução devido à agilidade e à exatidão necessária para a inspeção. Portanto, a qualificação dessas MMCs é essencial para que elas possam atingir o desempenho adequado.

Um dos principais padrões metrológicos na área de metrologia dimensional é o sistema de medição linear por interferometria laser, ou simplesmente sistema laser de medição, que é muito utilizado para avaliação de máquinas-ferramenta e MMCs devido a sua versatilidade na medição de comprimento, o que pode ser feito com grande exatidão e rapidez.

Existe uma gama muito grande de máquinas-ferramenta que existem aos milhares no País. Quanto às MMCs, estima-se que existam cerca de 1200 no parque industrial brasileiro, todas necessitando de avaliação a cada dois anos em média. Estima-se, também, que existam cerca de 150 sistemas laser de medição distribuídos entre laboratórios credenciados pelo Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial (Inmetro) e empresas do setor metal-mecânico, que também devem ser calibrados com a mesma periodicidade. São dez os laboratórios credenciados que oferecem serviços de avaliação de máquinas-ferramenta e de MMCs, utilizando como padrão de referência um sistema laser de medição. Portanto, esse sistema é um importante padrão metrológico, responsável pela disseminação na área de metrologia dimensional, e é absolutamente necessário assegurar a sua rastreabilidade a padrões nacionais de metrologia.

O Brasil dispõe de padronização primária na grandeza comprimento, sendo sua realização, manutenção e disseminação responsabilidade do Laboratório de Interferometria (Laint) pertencente ao Inmetro. Uma das formas de disseminação da grandeza comprimento é a calibração de fontes laser por meio da comparação direta a um laser He-Ne estabilizado de referência, padrão primário do Laint. Como resultado da calibração é fornecido o comprimento de onda associado à luz laser no vácuo.

A fonte laser é parte de um sistema de medição composto por componentes ópticos e eletrônicos que possibilita a medição de comprimento por processo interferométrico. Faz parte deste sistema, também, uma unidade de compensação composta por sensores que monitoram a temperatura e umidade relativa do ar, a temperatura do objeto a calibrar e a pressão atmosférica. A finalidade dessa unidade é realizar correções dos desvios, devido às variações das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar, em relação às condições ambientais de referência. O sistema de medição é denominado sistema de medição linear por interferometria laser ou apenas, como mencionado anteriormente, sistema laser de medição.

Atualmente, no Brasil, a fonte laser e os sensores de monitoramento das condições ambientais e de temperatura do objeto a calibrar são calibrados separadamente em diferentes laboratórios, conforme ilustrado no diagrama da figura 1.1, o que torna a manutenção da rastreabilidade do sistema mais demorada e a calibração dispendiosa. Um outro problema importante é que, devido a limitações no software do fabricante, a correção dos erros sistemáticos dos sensores das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar, provenientes das suas respectivas calibrações, em geral não pode ser realizada. Sendo assim, os usuários dos sistemas laser de medição apenas verificam se os erros dos sensores estão em conformidade com as especificações do fabricante ou seguem algum critério próprio de aceitação.



Figura 1.1 – Rastreabilidade atual dos sistemas laser de medição

O objeto desta dissertação é implementar um método de calibração alternativo que considera o sistema laser de medição como um padrão único (padrão de comprimento variável ou instrumento padrão), visto como unidade inseparável constituída de fonte laser, componentes ópticos e eletrônicos, sensores de monitoramento das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar, assegurando sua rastreabilidade de forma integrada. Sendo assim, a calibração do sistema laser de medição (aqui abreviado para sistema-objeto) é feita por comparação a um padrão similar (aqui denominado sistema laser de medição de referência e abreviado para sistema-referência).

A calibração é realizada utilizando-se uma bancada para comparação de laseres, na qual os componentes ópticos de ambos sistemas laser de medição (objeto e referência) são deslocados simultaneamente, possibilitando a comparação entre comprimentos indicados por cada um deles. Este método de comparação respeita um dos mais importantes princípios metrológicos de que qualquer padrão ou instrumento deve ser calibrado de modo mais similar possível à sua utilização rotineira [1].

O sistema-referência é composto pela fonte laser, barômetro digital, higrômetro digital e termômetros de referência, todos calibrados no Inmetro com as menores incertezas possíveis.

Através da comparação, é possível assegurar rastreabilidade ao sistemaobjeto realizando apenas uma única calibração, conforme ilustrado no diagrama apresentado na figura 1.2.



Figura 1.2 – Rastreabilidade proposta para sistemas laser.

Com a elaboração e implantação do procedimento proposto, pode-se satisfazer a crescente necessidade da indústria e dos laboratórios credenciados pelo Inmetro quanto à calibração do referido sistema laser de medição por um método alternativo, mais rápido e de custo mais baixo, mas que atenda os níveis de incerteza requeridos para suas aplicações. Esta metodologia aplica-se a sistemas laser de medição que são utilizados como padrão de referência para calibração de máquinas-ferramenta e máquinas de medição por coordenadas que, respectivamente, demandam incertezas da ordem de 5 µm e 1µm.

## Organização da Dissertação

Esta dissertação apresenta um procedimento metrológico para a calibração de sistema laser de medição, satisfazendo as recomendações de normas internacionais de metrologia no que se refere à rastreabilidade metrológica e à expressão da incerteza no resultado da calibração. A mesma encontra-se organizada da seguinte forma:

#### Capítulo 2 – Sistema Laser de Medição

Neste capítulo apresenta-se um breve histórico do surgimento do raio laser, a experiência de Michelson, descrição do funcionamento de sistemas laseres de medição linear, as aplicações diversas e específicas em metrologia dimensional. É apresentada também uma descrição dos sistemas laseres de medição linear utilizados para o desenvolvimento na dissertação.

#### Capítulo 3 – Sistema de Referência para calibração do Sistema Laser

Descrevem-se as etapas utilizadas para a implantação do sistema laser de medição linear, tais como bancada para calibração do sistema laser de medição linear, a montagem do aparato experimental, o alinhamento dos sistemas laser de medição linear, além de apresentar vários tipos de arranjos de medição com uma discussão sobre os critérios para a escolha do arranjo apresentado nesta dissertação.

#### Capítulo 4 – Fontes de Erros na Medição com Sistemas Laser de Medição

São apresentados os erros que ocorrem durante a medição com sistemas laseres de medição, e que podem influenciar o resultado da medição. São apresentadas também as formulações para as correções dos mesmos. A análise apresentada neste capítulo é a base para a determinação da incerteza de medição para o método de calibração desenvolvido.

#### Capítulo 5 - Avaliação dos Resultados das Incertezas de Medição

Apresentam-se os resultados encontrados com a realização de uma avaliação estatística sobre a repetitividade e reprodutibilidade das calibrações. É

apresentado também o modelo matemático e as estimativas para a determinação da incerteza de medição, a partir das grandezas envolvidas.

## Capítulo 6 - Conclusões e Recomendações

São apresentadas as conclusões sobre os resultados, mencionando-se os aprimoramentos que podem ser realizados e sugestões para desenvolvimentos futuros.

## **Capítulo 7 – Apêndices**

Nos apêndices são apresentados tabelas, registros de medição e gráficos ilustrativos.

## 2 Sistemas Laser de Medição

## 2.1

## Breve Histórico e Conceitos Básicos

O termo laser provém das iniciais em inglês de *Amplificação de Luz por meio de Emissão Estimulada de Radiação* (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) que se refere ao processo de emissão do raio laser [2].

Em 1917, os trabalhos de Albert Einstein na área de física quântica delinearam os princípios que tornariam possível o desenvolvimento da tecnologia dos laseres e sua aplicação prática.

No final da década de 40, Charles Townes, então professor da Universidade de Columbia, em Nova Iorque, realizava estudos espectroscópicos de moléculas utilizando radiação de microondas. Com o propósito de produzir microondas mais curtas, do que aquelas utilizadas nos radares da Segunda Guerra Mundial, decidiu utilizar moléculas e a radiação estimulada (conceito introduzido por Einstein) delas proveniente, o que resultou na radiação estimulada de comprimento de onda de 1cm, denominada maser, referindo-se à radiação estimulada na região de microondas. O maser foi, assim, o precursor do laser e, ao final dos anos 50, verificou-se que a radiação poderia ser estimulada na faixa espectral que vai das microondas à luz visível. Novamente, Townes e Arthur Schawlow demonstraram, teoricamente, que era possível utilizar átomos para gerar um maser óptico, que foi denominado laser, ou seja, simplesmente um maser que produzisse radiação na região visível do espectro eletromagnético. Foi Theodore Maiman que, em 1960, conseguiu fazer funcionar o primeiro laser sólido, a partir de um cristal de rubi, e foi Javan a produzir o primeiro laser a gás, a partir de uma mistura dos gases nobres hélio e neônio (figura 2.1).



Figura 2.1- Primeiro laser a gás constituído por uma mistura dos gases nobres He e Ne

Muitos pesquisadores que trabalhavam em pesquisa fundamental à época, em vários países, contribuíram para o advento do laser, mas nem cogitavam sobre o grande número de aplicações futuras. Nas palavras de Townes, "*o desenvolvimento do maser e do laser não seguiu nenhum roteiro, ele simplesmente nasceu da natureza dos cientistas no seu desejo de entender, explorar e criar. Ele é um exemplo gritante de como tecnologias importantes, aplicáveis aos interesses humanos, podem nascer da pesquisa básica feita na universidade*". Assim, em 1964, o americano Townes e os russos Basov e Prokorov que, independentemente, deram contribuição significativa na área de lasers sólidos, semicondutores, foram agraciados com o prêmio Nobel de Física pelo trabalho fundamental na área da eletrônica quântica que levou à construção dos sistemas maser e laser [3].

## 2.2

## Princípios da Física do Laser

Para entender o mecanismo pelo qual o Laser funciona, alguns conceitos básicos de física necessitam ser comentados. Para isso faz-se necessário reportar ao ano de 1913, no campo da física quântica, quando Niels Bohr propôs um modelo atômico onde os elétrons giram ao redor do núcleo em orbitais fixos e com energia definida, podendo os átomos estar em níveis de energia distintos, por exemplo,  $E_0 e E_1$ . Assim, toda vez que ocorre um movimento de um nível de energia para outro, há um ganho ou perda de uma quantidade de energia, ou seja, de um quantum na forma de radiação eletromagnética, ou seja, de um fóton.

No processo de emissão espontânea de energia, tem-se que um átomo pode ser elevado a partir do seu nível de energia estável ( $E_0$ ) para um nível excitado ( $E_1$ ), através da absorção de um quantum de energia. A energia de excitação pode ser causada por choque entre átomos, partículas e moléculas e, ainda, por ondas eletromagnéticas. Por ser o nível ( $E_1$ ) inerentemente menos estável, então o átomo tenderá a voltar para o nível  $E_0$ , emitindo o mesmo quantum de energia na forma de fótons.

No processo de emissão estimulada de energia, princípio de ação do laser, um quantum adicional de energia é absorvido por um átomo em seu estado elevado de energia ( $E_1$ ), causando a posterior liberação de dois quanta de energia, quando este retorna para o seu estado mais estável ( $E_0$ ). Trata-se do processo de estimulação ou amplificação de energia, o qual ocorre quando há um maior número de átomos excitados do que não excitados.

Na emissão espontânea de radiação o átomo passa do estado excitado para o estado fundamental sem nenhuma ajuda externa. Esta emissão é considerada não coerente porque os átomos liberam energia independentemente entre si, sem relação de fase, direção ou polaridade entre as emissões. Desta maneira, a radiação é multidirecional, sendo apenas a freqüência fixada pelo intervalo entre os níveis de energia.

## 2.3

## Características do Feixe Laser

O feixe luminoso emitido por um processo estimulado possui características particulares. Todos os fótons emitidos apresentam o mesmo nível de energia, com variações mínimas. Portanto, todos os feixes que compõem a luz têm o mesmo comprimento de onda, ou seja, a luz resultante é monocromática. Além disso, o fotón emitido move-se paralelamente aos fótons que provocaram a emissão estimulada devido à lei da conservação do momento. O feixe é emitido em uma só direção ao invés de se espalhar, resultando em luz altamente colimada.

Finalmente todos os fótons têm a mesma freqüência, mesma fase e mesma polarização, o que caracteriza a radiação resultante como coerente. Essas propriedades constituem as características essenciais de todo feixe laser.

#### Componentes do Sistema de Geração do Laser

Como mencionado anteriormente, raios laseres podem ser gerados em distintos sistemas. Comum a todos eles é o fato de que se necessita de uma cavidade óptica, que deverá ser estimulada por uma fonte de energia (mecanismo de bombeamento), de um meio ativo e de um par de espelhos, responsável pela reflexão dos fótons que realimentam o sistema.

O mecanismo de bombeamento funciona por meio de uma fonte externa de energia responsável pelo fornecimento de energia ao meio ativo. Pode ser uma lâmpada flash ou até outro laser (bombeamento óptico); podem ser descargas elétricas (bombeamento eletrônico); reações químicas (bombeamento químico); e partículas pesadas ou radiações ionizantes ou térmicas.

Os meios ativos são a base atômica do sistema. É um meio que possui níveis de energia excitáveis e capaz de armazenar a energia recebida da fonte externa. Os meios ativos podem ser sólido (semicondutor ou não), gasoso ou líquido. Os exemplos de meios ativos são:

- a. Gasoso CO<sub>2</sub>, Argônio, Hélio-Neônio;
- b. Isolantes dopados Cr<sub>3</sub>+ , cristais de Nd:YAG (Yttrium Aluminium Garnet), Er:YAG, Ho:YAG;
- c. Corantes corantes orgânicos diluídos em solventes líqüido (Rodamina 6G e Cumarina 2);
- d. Semicondutores vários tipos de diodo;
- e. Excímeros moléculas diatômicas (KrF, XeCl) e químicos produzidos por reações exotérmicas (HF, CO).

A cavidade óptica é uma câmara que contém o meio ativo, onde o raio laser é gerado. Esta cavidade recebe o nome de cavidade de Perot-Fabry.

O tamanho e a forma da cavidade variam de acordo com o meio ativo e a potência do aparelho laser. Na cavidade, dois espelhos com níveis de reflexão diferentes são posicionados em suas extremidades: um deles é totalmente refletivo e o outro, parcialmente refletivo. A diferença de capacidade de reflexão dos espelhos permite a saída da radiação de dentro da cavidade, formando o raio laser.

# Classificação dos Laseres

Os aparelhos laseres são classificados quanto ao meio ativo empregado. Como mencionado anteriormente este pode ser sólido, gasoso ou líquido.

O laser com meio ativo sólido mais comum é o que emprega um bastão de rubi artificial ( $Al_2O_3+0,05\%$  Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) e uma lâmpada de flash.

As duas extremidades do bastão de rubi são planas, paralelas e prateadas para atuarem como espelhos. Uma das extremidades é semitransparente, de modo que o feixe luminoso resultante possa sair da cavidade óptica (não mais que 1% da luz incidente consegue passar pelo espelho). O bastão de rubi é envolvido por um tubo luminoso contendo xenônio ou outro gás adequado. Quando um pulso de eletricidade passa pelo tubo luminoso, o gás se ioniza e brilha por instantes. Essa luz é absorvida por átomos de cromo no cristal de rubi, levando os elétrons que se encontravam no estado fundamental para o nível metaestável. As radiações, em virtude dos espelhos, são continuamente refletidas de um lado para o outro, criando um conjunto de ondas estacionárias ao longo do cristal. A luz produzida, por sua vez, é emitida através do espelho semitransparente.



Figura 2.2 - Esquema de funcionamento de um laser com meio ativo sólido.

O laser com meio ativo gasoso mais comum é o que utiliza uma mistura dos gases hélio e neônio. Esta mistura (10% de neônio, sendo o restante hélio) em baixa pressão é contida em um tubo cilíndrico de vidro ou quartzo. Dois espelhos são colocados pelo lado de fora do tubo, devendo ficar rigorosamente paralelos às suas extremidades planas. Este, por sua vez, é envolvido por uma bobina ligada a um gerador de alta freqüência (mecanismo de bombeamento), que mantém uma descarga elétrica ao longo do tubo, constituindo um plasma, pois a colisão dos elétrons com os átomos predominantemente de hélio cria íons, e resultando na excitação de muitos átomos para níveis altos de energia. A partir da excitação do gás neônio, é produzido um feixe luminoso que se reflete nos espelhos, voltando a incidir na mistura gasosa gerando mais fótons. De novo, um dos espelhos é semitransparente e deixa passar certa porção do feixe luminoso, permitindo a emissão do raio laser.



Figura 2.3 – Esquema do funcionamento de um laser com meio ativo gasoso

O laser com meio ativo semicondutor utiliza semicondutores, que são materiais que têm características intermediárias entre os isolantes e os condutores de eletricidade. O laser a semicondutor também chamado de diodo laser é composto pela junção de duas camadas de semicondutores com diferentes características elétricas. Ao ser percorrido por uma corrente elétrica o semicondutor (geralmente Arseneto de Gálio, Arseneto de Índio, Nitreto de Gálio, etc) permite que cada elétron que se combina com uma lacuna na região da junção emita um fóton. O laser semicondutor também tem uma cavidade óptica contendo dois espelhos paralelos entre si e perpendiculares a radiação, e esta cavidade permite que a luz seja refletida várias vezes até sair pelo espelho menos refletor. As extremidades do diodo laser são clivadas, ou seja, cortadas em planos paralelos às faces do cristal semicondutor, atuando com espelhos semitransparentes.



Figura 2.4 - Esquema do funcionamento de um laser com meio semicondutor

É importante salientar a vasta aplicação dos laseres. Aqueles com meio ativo sólido e líquido, chamados laseres de impulsos apresentam uma alta potência e concentram grande quantidade de energia em pequenas áreas resultando em altas temperaturas localizadas e, portanto, podem ser utilizados para, perfurar e cortar chapas de aço. A medicina usa laseres das mais variadas maneiras. Eles têm sido empregados, por mais de uma década, em especialidades cirúrgicas de oftalmologia, ginecologia, ortopedia, otorrinolaringologia, urologia, cirurgia plástica, gastroenterelogia, dermatologia, cardiologia e, mais recentemente, em estudos da fisiologia da circulação, da imunologia e até mesmo no diagnóstico de alguns cânceres.

Os laseres com meios ativos gasoso e semicondutor, chamados laseres de emissão contínua, são empregados em telecomunicações, medição em obras de engenharia, microssoldagem de circuitos elétricos, produção de aparelhos ópticos de extrema exatidão, produção de hologramas, impressoras, unidades de fabricação e de leitura de CDs e metrologia dimensional.

Entretanto, no que diz respeito ao presente trabalho, a aplicação do laser se dá por conta do fenômeno da interferometria, que permite a medição de comprimento com incertezas bastante pequenas, conforme detalhado mais à frente.

## Interferômetro de Michelson

Desde o tempo de Newton até ao princípio do século XIX, a maioria dos físicos defendia a teoria corpuscular. No entanto, no princípio daquele século, o físico inglês Thomas Young mostrou que a luz apresentava fenômenos de interferência, o que indicava que possuía características ondulatórias.

29

O efeito chamado interferência ocorre quando ondas idênticas (a menos de uma diferença de fase), provenientes de duas fontes, superpõem-se em um ponto do espaço, e a intensidade resultante das ondas que se combinam naquele ponto pode ser maior (interferência construtiva) ou menor (interferência destrutiva) do que a intensidade de cada uma delas.

A princípio, qualquer número de ondas pode interferir mas se considerará aqui a interferência de duas ondas somente. Supõe-se que a fonte de cada uma delas emita em um único comprimento de onda e que a relação entre suas fases não varia com o tempo. Tais ondas são denominadas coerentes. Quando ondas coerentes interferem, a intensidade da onda combinada em qualquer ponto do espaço não varia com o tempo. A coerência é uma condição necessária para que ocorra interferência.

O fenômeno da interferência tem muitas aplicações, dentre elas a utilização em um instrumento chamado interferômetro óptico. Este é um dispositivo que pode ser utilizado para medição, com grande exatidão, de comprimentos ou variações de comprimentos, tendo sido utilizado primeiramente por Michelson em 1881 [3], conforme experimento descrito a seguir:





O feixe de luz proveniente da fonte S, passando pela lente L (para tornar o feixe paralelo) foi direcionado a um prisma semiprateado D (figura 2.5) chamado divisor de feixe de luz. Este tem um revestimento de prata com espessura suficiente para transmitir metade da luz incidente e refletir a outra metade em um ângulo que depende do alinhamento do divisor de feixe; admitiu-se, para simplificação da figura, que o espelho tenha espessura desprezível [4]. Em D, a luz divide-se em duas ondas. Em cada percurso do feixe, Michelson posicionou um espelho plano. Uma onda prossegue, por transmissão, para o espelho  $E_1$ ; a outra, devido à reflexão, vai até  $E_2$ . As ondas são refletidas em cada um destes espelhos e enviadas de volta ao longo de suas direções de incidência e são recombinadas por D.

Ilustrando a experiência de Michelson, quando os espelhos estão a distâncias iguais do ponto de separação em D e perpendiculares entre si, o caminho geométrico da luz percorrido será o mesmo e os feixes retornarão em fase e se combinarão construtivamente (brilho).

Se um dos espelhos é movido de  $\lambda/4$  em relação ao divisor de feixe, o feixe de luz percorrerá um caminho adicional de  $\lambda/2$  e os dois feixes estarão defasados de 180<sup>0</sup> ( $\lambda/2$ ). Neste caso os dois feixes se combinarão destrutivamente.

Enquanto o espelho percorre a distância  $\lambda/4$ , pode ser observado que o brilho gradualmente se transforma em ausência de luz. Movendo-se o espelho por mais  $\lambda/4$ , observa-se novamente a presença de luz (brilho).

Como mencionado anteriormente, para que haja interferência entre dois raios luminosos é necessário que suas ondas sejam coerentes, o que não é possível com duas lâmpadas por mais semelhantes que sejam. Por isso é usado o processo do interferômetro: nele os dois raios luminosos partem da mesma fonte, garantindo a mesma freqüência e fase, só diferindo no caminho geométrico da luz.

Michelson também utilizou o interferômetro para medir, com grande exatidão, o diâmetro angular de corpos celestes, inclusive estrelas. Foi ele, também, que sugeriu utilizar as ondas luminosas como padrão para definir o metro. Até então a unidade de comprimento era definida a partir de uma barra metálica (liga de Pt e Ir) mantida no Bureau Internacional de Pesos e Medidas (BIPM) em Paris.

## Princípio de Funcionamento do Laser para Medição Linear

O desenvolvimento do laser interferométrico foi um grande avanço na capacidade de se medir facilmente distância com exatidão. Os sistemas laseres de medição linear podem medir distâncias até dezenas de metros com uma resolução de um milionésimo de milímetro.

31

O sistema laser de medição linear foi desenvolvido a partir do interferômetro de Michelson. Dependendo do arranjo óptico, o sistema é capaz de realizar medições lineares, angulares e de retitude, sendo necessário apenas três tipos de arranjos. O esquema de montagem e componentes utilizados, para uma medição linear, é explicitado na figura 2.6.



Figura 2.6 – Partes de um Sistema Laser de Medição

Em geral, os sistemas laser de medição utilizados na medição de comprimento, emitem radiação em duas freqüências muito próximas entre si ( $f_1$  e  $f_2$ ) com polarizações circulares opostas. Isto é conseguido por meio da aplicação de um campo magnético externo durante a emissão, o que provoca um desdobramento nas linhas espectrais pelo efeito do alinhamento do momento magnético associado ao átomo. Este efeito chamado de Zeeman foi primeiramente pesquisado pelo físico holandês Pieter Zeeman, em 1902.

O feixe proveniente da cavidade óptica contendo ambas as freqüências passa através de placas polarizadoras do tipo  $\lambda/4$  e  $\lambda/2$ , que tem o objetivo de transformar a polarização circular das freqüências em polarização linear, uma na vertical e a outra na horizontal. O feixe polarizado linearmente é expandido em um telescópio colimador, que a seguir atinge o divisor de feixe, que tem característica polarizadora, dividindo assim em dois componentes (figura 2.7). Um componente passa pelo divisor, por exemplo,  $f_1$  e o outro é refletido perpendicularmente ( $f_2$ ). A reflexão dos dois componentes é feita nos espelhos, em forma de triedros e chamados retrorefletores (prismas), para permitir o retorno paralelo do feixe. Um dos retrorefletores (prisma de referência) é fixado ao divisor de feixe e o outro se move independente do divisor [5].



Figura 2.7 – Princípio de funcionamento do divisor de feixe do laser [6]

Os dois componentes, após a reflexão em seus respectivos retrorefletores, se recombinam no divisor de feixe resultando na composição do feixe contendo  $f_1$  e

 $f_2$ . Havendo qualquer deslocamento do retrorefletor móvel, haverá uma variação  $\Delta f$  na freqüência do componente do feixe nele refletido, devido ao efeito Doppler-Fizeau. O sinal de retorno, agora composto por  $f_1 \pm \Delta f_1$ , volta ao cabeçote onde é captado por um fotodetector, que converterá o sinal luminoso em sinais eletrônicos. A contagem de pulsos defasados é realizada por batimento de frequência, sendo os sinais convertidos em números de  $\lambda/4$ .

O número de  $\lambda/4$  é estocado em contadores que, após as compensações devidas a influências no comprimento de onda e efeitos térmicos sobre o padão em calibração, é convertido em milímetros.

## 2.8

#### Aplicação do Laser Específica em Metrologia Dimensional

## 2.8.1

### Calibração de Máquinas-Ferramenta

Devido à demanda por alta produtividade, quando são utilizadas máquinasferramenta como meio de produção, os fabricantes de máquinas são forçados a confiar menos na habilidade do ferramenteiro para assim dar mais ênfase na exatidão da própria máquina-ferramenta, o que a torna a principal responsável pela qualidade do produto acabado. Sendo assim, tornou-se imperativo que os construtores e usuários de máquinas-ferramenta estudassem melhorias das características construtivas das mesmas [7], que levassem à diminuição de desvios e incertezas nos ensaios geométricos utilizados na sua avaliação. Entretanto, o maior problema associado ao estudo e avaliação de máquinas-ferramenta era a falta de um padrão de comprimento adequado, ou seja, que tivesse 1 m ou mais e que permitisse medições com baixa incerteza.

A avaliação da exatidão de posicionamento, por exemplo, era realizada por meio de um padrão físico chamado de barra de escala. Este era construído com suficiente exatidão com comprimento de aproximadamente um metro. Contudo, eram necessários padrões maiores que, geralmente, eram inexatos. Para se avaliar a exatidão de posicionamento das máquinas-ferramenta de grande porte, utilizavam-se métodos que mediam o comprimento por partes. O processo era extremamente longo e tedioso e os resultados obtidos eram freqüentemente não repetitivos e raramente indicativos da exatidão da máquina-ferramenta sob avaliação.

Procurando atender essa necessidade foi desenvolvido o sistema laser de medição linear que é um padrão com grande exatidão e uma versatilidade de aplicação para determinação dos erros geométricos em máquinas.

O desenvolvimento do sistema laser de medição proporcionou para a indústria de máquinas-ferramenta um padrão de comprimento de alta exatidão que pode ser usado em máquinas de todas as dimensões. O valor de incerteza do sistema laser de medição é da ordem de 0,5 parte por milhão, valor comparável à incerteza dos melhores padrões físicos disponíveis, e certamente aceitável para avaliação de máquinas-ferramenta. Além disso, o sistema laser de medição é fácil de usar permitindo que medições sejam feitas em pouco tempo.

A avaliação metrológica de máquinas-ferramenta tem como objetivo detectar e mensurar desvios nos graus de movimentos dos eixos (na norma, erros geométricos). Quando um objeto se move linearmente em uma direção do eixo X, há seis graus de movimento (figura 2.8) que vão afetar a posição final do objeto. Além do erro de posicionamento ao longo do eixo X, que está relacionado diretamente à exatidão linear da escala, o objeto pode também ter rotações angulares sobre os eixos X, Y, e Z chamadas de desvio de rolamento (roll), desvio de guinamento (yaw) e tombamento (pitch), respectivamente. Movimentos translacionais nos eixos Y e Z são identificados como ausência de retitude nos movimentos vertical e horizontal, respectivamente. Ao todo, existem seis graus de liberdade de movimento que influenciam a posição final do objeto quando este é deslocado na direção de um determinado eixo. Se considerarmos um sistema de posicionamento com 3 eixos, então haverão 18 graus de liberdade (6 graus de liberdade por eixo) além dos erros introduzidos por ausência de ortogonalidade entre os eixos. Portanto, são 21 as fontes de erros potenciais que se combinam para definir a posição final do objeto a ser usinado [6].



Deslocamento linear no eixo X

#### Figura 2.8 -Seis graus de liberdade do movimento uma máquina

Com o sistema laser de medição é possível medir cinco dos seis graus de liberdade de uma máquina-ferramenta: erro de posicionamento linear (figura 2.9), retitude de dois planos, guinamento (yaw), tombamento (pitch), que podem ser medidos pelo uso de componentes ópticos apropriados. Os erros máximos admissíveis para o ensaio de posicionamento de máquinas-ferramenta variam de 0,006 mm a 0,042 mm e são apresentados no Apêndice 1, cujas informações foram retiradas da norma ISO 10791– 4:1998 "Test conditions for machining centres – part 4: accuracy and repeatability of positioning of linear and rotary axes" [8].



Figura 2.9 – Medição de posicionamento em X de um torno mecânico

## 2.8.2

## Calibração de Máquina de Medição

Com o desenvolvimento de máquinas-ferramenta numericamente controladas, os projetos, a fabricação e o controle de qualidade tiveram mudanças consideráveis. A maioria das indústrias tem como objetivo produzir produtos com qualidade e rapidez, buscando atingir um mercado cada vez mais exigente. Portanto, as medições convencionais para avaliação dimensional desses produtos já não atendem estes requisitos. Surgiram então as Máquinas de Medição por Coordenadas MMCs (ou Máquina de medir a três Coordenadas MM3Cs), com várias vantagens em relação à metrologia convencional.

Devido à complexidade das MMCs, seus usuários e fabricantes elaboraram várias normas com objetivo de determinar seu desempenho. Normas como VDI/VDE 2617:1986 [9] e ISO 10360:2001 [10] são exemplos deste esforço.

A utilização do sistema laser de medição para verificação de MMCs é recomendada com bastante freqüência na determinação dos mesmos erros geométricos mencionados para verificação das máquinas-ferramenta. Como a construção de MMCs é similar à das máquinas-ferramenta (quando a mesma é do tipo que tem movimento nos três eixos), os parâmetros a se determinar são os
mesmos. Porém, a exatidão requerida é na maioria dos casos superior à exatidão das máquinas-ferramenta, pois as incertezas envolvidas na determinação dos erros de medição de MMCs devem ser bem menores.

Um outro motivo para utilização de sistema laser de medição para verificação de MMCs é que muitas máquinas são de grande porte (quando estas têm o comprimento acima de um metro em um dos seus eixos), o que requereria padrões de grandes dimensões que são muito caros. Portanto, os sistemas laseres representam uma boa alternativa devido ao custo menor e rapidez com que realizam a avaliação de MMCs.



Figura 2.10 – Medição de retitude em X de uma MMC

# 2.8.3

### Acoplamento a dispositivos de medição linear

O sistema laser de medição também pode ser utilizado para ser uma referência na calibração de padrões, tais como: blocos-padrão, calibradores tampão, anéis lisos e roscados e pinos-padrão, dentre outros. Para a realização da calibração dos padrões citados, utilizando-se um sistema laser de medição como referência, deve-se realizar uma adaptação colocando-se o prisma de medição acoplado ao carro móvel, conforme a figura 2.11. Quando o carro móvel se desloca, o comprimento medido é indicado no mostrador do sistema laser de medição.



Figura 2.11 - Montagem de um laser para medição de bloco-padrão por comparação

A maioria das máquinas de medição linear é composta por partes ópticas, escalas ou réguas. As réguas ou escalas indicam, normalmente, os algarismos inteiros do número que representa o valor medido, enquanto a parte óptica é utilizada para visualizar os algarismos decimais do valor medido. O operador quando observa, no microscópio, os valores indicados da parte decimal os estima em função da resolução visual, o que representa uma fonte de erro de leitura. Na calibração de padrões utilizando o sistema laser de medição, as indicações da escala da máquina são substituídas pelas indicações no mostrador do laser, eliminando assim o erro de leitura devido à resolução visual do operador.

Um outro motivo para se utilizar o sistema laser como referência para calibração de padrões de comprimento é que essas máquinas, na maioria dos casos, possuem resolução de 0,1  $\mu$ m, quando a resolução do sistema laser é de 0,01 $\mu$ m, o que acarreta uma diminuição da incerteza de medição na calibração dos padrões de comprimento.

3.1

3

#### **Considerações Gerais**

A calibração de um sistema laser de medição é relativamente difícil, pois os comprimentos de onda dos laseres e o sistema de medição são influenciados por variações nas condições ambientais e por um grande número de componentes ópticos e eletrônicos, cada qual contribuindo para aumentar os erros de medição do sistema-objeto (sistema laser de medição a calibrar).

O sistema laser de medição deve ser periodicamente calibrado quando é utilizado como referência na calibração de máquinas-ferramenta e de máquinas de medição por coordenadas e como padrão de metrologia dimensional. Quando os erros detectados na calibração do sistema-objeto, pelo método comparativo proposto nesta dissertação, forem inadmissíveis (acima de 3 µm para um comprimento de 2000 mm), os componentes individuais (sensores de monitoramento das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar e fonte laser) do sistema-objeto devem ser calibrados separadamente. Neste caso é recomendado que se calibre primeiramente os sensores de monitoramento das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar e fonte laser) do sistema-objeto devem ser calibrados separadamente. Neste caso é recomendado que se calibre primeiramente os sensores de monitoramento das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar, pois os erros destes sensores dependem do comprimento, constituindo a maior fonte de erro do sistema-objeto.

O procedimento apresentado na dissertação é aplicado para comparar dois sistemas laseres do tipo He-Ne de mesma classe, ou seja, de potências semelhantes. Os dois sistemas laseres utilizados neste trabalho são da classe II (segundo manual do fabricante), com cerca de 1mW de potência e diâmetro do feixe de aproximadamente 6 mm, que são características típicas de um sistema laser de medição comercial. O sistema de medição de referência foi idealizado a partir dos equipamentos, acessórios e infra-estrutura do laboratório disponíveis.

Um ponto muito importante para realização do procedimento de comparação de laseres é a escolha adequada do arranjo de medição, conforme será discutido a seguir.

# 3.2

#### Tipos de Arranjos de Medição

Existem diversos tipos de arranjos de medição que podem ser utilizados para a comparação de laseres, alguns deles recomendados pelas normas VDI Berichte 749 [11] e 750 [12] e outros recomendados em publicações especializadas [17], sendo que os mais comumente utilizados nos institutos de pesquisa de metrologia são apresentados a seguir.

# 3.2.1

#### Deslocamento dos Feixes de Laser em Sentidos Opostos

O arranjo proposto por Dutschke [13] como ilustrado na figura 3.1, mostra que os laseres que serão comparados são posicionados de tal forma que os trajetos percorridos por cada um dos feixes incidem nos respectivos prismas triplos de medição 2 e 2', que são montados em um único dispositivo de deslocamento. Quando o dispositivo é deslocado, as indicações dos laseres mudam em sentidos opostos. Se ambos os laseres são configurados para medir deslocamentos positivos quando o prisma de medição se desloca em relação ao divisor de feixe, a soma das duas leituras de deslocamento deveria permanecer constante, se não houvesse erros de medição, e, portanto, o aumento do comprimento medido pelo sistema-referência deveria ser igual à diminuição do comprimento medido pelo sistema-objeto.

Já que as figuras 3.1 a 3.7 utilizam os mesmos componentes, suas legendas são comuns a todas elas, como mostrado a seguir:

#### Sistema-referência:

- 1 divisor de feixe;
- 2 prisma triplo de referência;
- 3 prisma triplo de medição;
- 4 dispositivo de deslocamento.

#### Sistema-objeto:

- 1' divisor de feixe;
- 2' prisma triplo de referência;
- 3' prisma triplo de medição;



Figura 3.1 – Vista superior do arranjo de acordo com [13].

A vantagem desse arranjo de medição é que todos os acessórios originais são utilizados durante a comparação e os laseres podem ser comparados entre si de um modo mais simples. Segundo Stone [14], a desvantagem é que os trajetos dos feixes de medição a serem comparados não estão no mesmo corredor de medição. Além disso, os erros de abbe (veja figura 3.2) não podem ser eliminados.



Figura 3.2 - Representação do erro abbe

O erro abbe pode ser compreendido através da figura 3.2, que mostra dois prismas de medição montados para calibração por comparação. Nesta montagem dos prismas existe uma pequena distância d entre as extremidades deles e uma inclinação de um angulo  $\theta$  relativo aos feixes dos laseres, supondo-se que estes estejam perfeitamente alinhados. O parâmetro importante para essa medição é a distância  $d\cos\theta$  que é a projeção da separação das extremidades ao longo da direção dos feixes dos laseres. O erro abbe, que influencia na soma das duas leituras dos sistemas laseres, pode ser determinado quando o ângulo  $\theta$  varia de uma quantia  $\Delta \theta$ , assim o resultado da variação em  $d\cos\theta$  é  $dsen\theta\Delta\theta$ .

## 3.2.2

#### Deslocamento dos Feixes do Laser no Mesmo Sentido

No arranjo desenvolvido por Schüssler [15], ambos os feixes de medição dos laseres percorrem o mesmo trajeto no mesmo corredor de medição. Como resultado, ambos os comprimentos de deslocamento estão sujeitos a condições ambientais quase que idênticas.

Em princípio, este tipo de arranjo de medição permite comparar de dois a oito laseres. É uma característica particular deste arranjo que só os acessórios ópticos de um único sistema laser, normalmente os do sistema-referência, são utilizados.

Neste caso, os dois feixes têm um centro em comum com o prisma triplo de medição, fazendo com que o erro de abbe seja eliminado. Outras vantagens são que o circuito de medição (caminho geométrico que os feixes percorrem) é pequeno e o corredor de medição é comum a todos os feixes de medição. Esse método tende a minimizar as influências ambientais externas porque os dois feixes dos laseres percorrem os mesmos elementos ópticos e quase o mesmo caminho geométrico no ar.

Esse arranjo de medição tem a desvantagem de não utilizar todos os acessórios ópticos originais do sistema-objeto. Além disso, segundo Stone [14], o método não se aplica a todos os sistemas laseres do mercado, já que existem alguns sistemas laseres comerciais que possuem o divisor de feixe e o refletor de referência internos.

O arranjo de medição proposto por Schellekens [16], como ilustrado na figura 3.3, também usa um único prisma triplo de medição (item 3 da figura) para ambos os laseres e minimiza o erro de abbe. A diferença para o arranjo descrito anteriormente é que todos o acessórios ópticos do sistema-objeto são utilizados, com a exceção do prisma triplo de medição.



Figura 3.3 - Arranjo medição de acordo com [15].

# 3.2.3

# Simétrico com Prisma Triplo Especial

Neste tipo de arranjo de medição, desenvolvido por Sparrer [17], os feixes de medição 1.1 e 1'.1, conforme a figura 3.5, do sistema-referência e do sistema-objeto seguem paralelos e incidem no prisma triplo de medição especial, localizado no dispositivo de deslocamento. O prisma triplo tem dimensões maiores se comparado aos outros prismas triplos e não faz parte de qualquer dos sistemas laseres de medição. No prisma triplo especial, os feixes 1.1 e 1'.1 são refletidos em direções cruzadas e os feixes 1.2 e 1'.2 são refletidos sobre os respectivos prismas triplos de medição 3 ou 3 '. Os feixes resultantes, 1.3 e 1'.3, retornam para prisma triplo de medição especial, nos respectivos divisores de feixe 1 ou 1', como feixe 1.4 ou 1'.4. Esse tipo de arranjo de medição é o utilizado pelo Instituto de Metrologia Alemão PTB.



Figura 3.4 – Arranjo simétrico de acordo com [17] vista superior.



Figura 3.5 – Arranjo simétrico de acordo com [17] vista lateral.

Os deslocamentos são gerados pelo dispositivo de medição e os feixes deslocados pelo prisma especial, comum aos dois sistemas laseres. Nesse arranjo há um centro comum aos eixos de medição dos laseres, o que, a princípio, elimina o erro de abbe.

Outras vantagens nesse tipo de arranjo são que todos os acessórios ópticos originais do sistema-objeto são utilizados e que os feixes de medição dos dois laseres incidem em áreas separadas do mesmo prisma triplo especial, embora no mesmo "corredor de medição", o que evitaria qualquer interferência entre os feixes incidentes.

Segundo Stone [14], as desvantagens desse arranjo são: o acessório utilizado, que é o prisma triplo especial, não faz parte do sistema original; a

calibração de sistemas laseres baseados em diodo apresenta certa dificuldade; e, ainda, o arranjo não permite calibrar laseres em pequenas faixas de medição.

É importante assegurar que o prisma especial de medição não tenha imperfeições construtivas, pois estas podem prejudicar o desempenho das reflexões causando erros cumulativos, visto que neste processo há seis reflexões das superfícies do prisma especial (conforme figuras 3.6 e 3.7).



Figura 3.6 – Arranjo simétrico de acordo com [17].



Figura 3.7 - Vista frontal do prisma triplo de medição especial.

# 3.2.4

## Critério para a Escolha do Arranjo de Medição

Para cada um dos arranjos de medição na comparação de laseres existem diferentes vantagens e desvantagens. Nenhum dos arranjos possíveis contém todas as condições favoráveis à eliminação de erros: ou o princípio da comparação não é obedecido (erro abbe), ou o sistema-objeto a ser comparado é disposto de forma que o trajeto de medição seja muito grande, ou os feixes de medição não percorrem o mesmo corredor de medição, ou a comparação é feita sem todos os acessórios ópticos originais dos laseres, ou os caminhos dos feixes dos laseres são sujeitos às imperfeições dos componentes ópticos.

Em 1993, Sparrer [18] formulou critérios metrológicos e de construção que devem ser satisfeitos para obter arranjos ideais de medição para a calibração de laseres por comparação, pois o próprio arranjo de medição não deve dar lugar a erros de medição consideráveis. As principais recomendações são:

- utilizar os acessórios ópticos originais dos laseres envolvidos na comparação;
- fazer coincidir os eixos de medição dos laseres em relação ao sistema óptico, para assim evitar o erro de abbe;
- reduzir o circuito de medição, para que as influências da temperatura do objeto a calibrar sejam iguais;
- utilizar o mesmo "corredor de medição", para que a influência dos parâmetros ambientais nos feixes de medição dos sistemas laseres envolvidos na comparação sejam iguais;
- fazer com que os feixes de medição fiquem próximos ao eixo de deslocamento;
- fazer com que o comprimento "morto" do trajeto do feixe do laser seja o menor possível;
- fazer com que a influência devida aos trajetos dos feixes dos laseres, como resultado da mútua superposição dos feixes ou devido a componentes ópticos, seja mínima;
- 8. fazer com que o arranjo permita calibrar pequenas faixa de medição.

A Tabela 1 ilustra uma comparação dos arranjos de medição citados neste trabalho com base nestas recomendações.

	Condições Recomendadas							
Arranjo de acordo com	1	2	3	4	5	6	7	8
Dutschke [13] figura 3.1	Х						Х	х
Schüssler [15] figura 3.8		Х	X	Х	X	X		(x)
Schellekens [16] figura 3.3	(x)	х	(x)	(x)	(x)	(x)		
Sparrer [17] figura 3.4	X	X	Х	Х	X	Х	Х	

Tabela 1 - Critérios para escolha do arranjo de medição

x – atende plenamente

(x) – atende parcialmente

Segundo esses critérios, o arranjo simétrico de acordo com Sparrer [17] é o que mais se aproxima do arranjo ideal atendendo 7 dos 8 critérios estabelecidos. Contudo, o Lamin não possui o prisma especial mencionado, o que faz com que o arranjo do PTB não possa ser reproduzido. O segundo arranjo que mais se aproxima do recomendado proposto por Schüssler [15], pois, apesar das desvantagens, elas são minimizadas quando da comparação de sistemas laser de medição semelhantes, que supostamente possuem partes ópticas de alta qualidade. Segundo Stone [14], com este método podem ser obtidos resultados de medição muito exatos. Portanto, o arranjo desenvolvido por Schüssler foi o selecionado para implantação da calibração de sistemas laseres por comparação, objeto do presente trabalho, cujo processo é descrito a seguir.

# 3.3

#### Descrição do Processo de Calibração

Neste procedimento a comparação entre os laseres é realizada variando-se os comprimentos de medição simultaneamente no mesmo sentido, usando-se uma bancada de medição com deslocamento retilíneo. Os eixos de medição do sistema-objeto e do sistema-referência (sistema laser de referência) devem ser suficientemente coincidentes e paralelos ao sentido do movimento do dispositivo de deslocamento, para assim eliminar o erro conhecido como erro abbe e erro co-seno, que são devidos ao não alinhamento do eixo de medição do padrão ao eixo de medição do objeto a medir. A faixa de medição avaliada foi de 2000 mm,

devido a limitações da bancada de medição, porém esta é suficiente para a maioria das aplicações dos laseres. As medições foram realizadas com incrementos de 200 mm.

Os incrementos (frações de comprimentos de onda) medidos pelos sistemas laseres são indicações dos comprimentos calculados e corrigidos que são registradas simultaneamente em um intervalo de tempo. No caso do sistema-referência os cálculos das correções para todas as fontes de erro são realizados através de software desenvolvido pelo próprio Laboratório de Metrologia Dimensional.

Foram realizadas quatro séries de medição, contendo cada uma três ciclos, totalizando 12 medições, tendo sido estas realizadas em dias diferentes com o objetivo de se avaliar as condições de reprodutibilidade e repetitividade.

Os caminhos geométricos percorridos por cada feixe dos laseres, de referência e sistema-objeto, são mostrados na figura 3.8, que ilustra o arranjo de medição escolhido nesta dissertação, segundo critérios de recomendação descritos em 3.2.4.



Figura 3.8 - Caminho geométrico percorrido pelos feixes dos laseres

#### Condições Ambientais da Calibração

Para garantir que as condições ambientais para os comprimentos dos sistemas laseres fossem as mesmas, o corredor de medição, ou seja, onde os feixes dos laseres são comparados, foi isolado através de uma cobertura, em forma da caixa, que teve o objetivo de amortecer as variações de temperatura do ambiente e minimizar os efeitos de turbulência do ar.

Os parâmetros ambientais como temperatura do ar, pressão atmosférica, umidade relativa do ar e a temperatura do objeto a calibrar, para o caso do sistema-objeto, foram registradas pelos seus próprios sensores de monitoramento. Para o sistema-referência foram utilizados sensores externos ao sistema, como os descritos em 3.3.3, com exatidão superior aos do próprio sistema.

A condição para que a calibração seja possível é que as influências ambientais e a temperatura do objeto a calibrar sejam suficientemente estáveis em função do tempo, ou seja, as variações devem ser tão pequenas quanto possível durante a série de medições, para que assim possam ser determinadas e compensadas com exatidão suficiente.

As medições foram realizadas no intervalo de 20 °C a 23 °C, com objetivo de reproduzir as condições ambientais em que os sistemas laseres são submetidos normalmente e avaliar o comportamento do sistema de compensação das condições ambientais e da temperatura do objeto a calibrar em temperaturas diferentes da temperatura de referência de 20 °C, ISO 1 [22].

Uma vez que os sistemas laseres possuem sensores de temperatura para colocação na superfície do objeto a ser calibrado ou a ter seu comprimento determinado, esses sensores devem, forçosamente, estar acoplados à superfície de algum material durante a comparação dos dois sistemas mesmo que, a rigor, nenhum objeto esteja sob medição.

Como material para contato dos sensores foi utilizado um único blocopadrão, que simulou um objeto sendo calibrado pelos dois sistemas laseres. O objetivo foi comparar a leitura dos sensores, submetidos a condições idênticas de temperatura, durante o procedimento de comparação dos sistemas laseres em si.

#### 3.3.2

#### Posição dos Sensores Ambientais e do Material

A localização dos vários sensores do sistema laser é muito importante. Os sensores de temperatura do ar e o sensor de umidade devem ser posicionados tão próximos quanto possíveis do percurso de medição, de forma que eles monitorem as condições ambientais às quais os feixes de laser estão submetidos. Considerando que a pressão atmosférica varia lentamente e que seu valor no volume de calibração seja uniforme, o sensor de pressão atmosférica pode ser localizado onde for mais conveniente. No caso do sistema-objeto desta dissertação, o sensor de pressão é parte de um sistema de sensores que inclui sensores de umidade e temperatura do ar.

Na utilização rotineira de um sistema laser de medição, a posição do sensor de temperatura do objeto a calibrar ou medir é mais crítica, uma vez que o coeficiente de dilatação do material é um dos parâmetros utilizados na correção dos resultados. Em objetos que tenham comprimentos acima de 1000 mm é necessário assegurar que a temperatura monitorada seja representativa do comprimento total percorrido pelo feixe de luz, demandando muitas vezes a utilização de mais de um sensor para, assim, se poder calcular a temperatura média do objeto. No caso desta dissertação, o sistema-objeto tem somente um sensor de temperatura do objeto a calibrar.

Os sensores do sistema-referência foram colocados bem próximos aos sensores do sistema-objeto para que as condições ambientais de temperatura do ar e temperatura do objeto (material), captadas pelos sensores, fossem as mais próximas possível.

#### 3.3.3

#### Equipamentos e Acessórios Utilizados

Para a realização da comparação dos laseres foram utilizados equipamentos e acessórios diversos, sendo alguns especialmente construídos pela oficina mecânica (Ofmec) do Inmetro. A seguir são apresentados todos os equipamentos e acessórios utilizados nesta dissertação para montagem do sistema de referência, alguns deles ilustrados nas figuras 3.9 e 3.10. Os padrões de referência utilizados são mais bem descritos no Apêndice 2.

- 1. Sistema-referência;
- 2. Componentes óticos do laser de referência (divisor de feixe e prismas);
- 3. Sistema-objeto com seus sensores ambientais e da temperatura do padrão;
- 3 mesas elevatórias; 4.
- 5. 3 mesas ajustáveis;
- 6. Suporte para os laseres;
- 7. Bancada de medição;
- 8. Cobertura de madeira;
- 9. Mesa de deslocamento;
- 10. Termômetro de referência para o material;
- 11. Termohigrômetro de referência para a temperatura do ar e umidade;
- 12. Barômetro digital;
- 13. Nível de bolha com valor de uma divisão de 0,01 mm/m;
- 14. Esquadro ótico;
- 15. Mesa rotativa;
- 16. Prismas magnéticos.



Figura 3.9 – Sistema de medição vista 1



Figura 3.10 – Sistema de medição vista 2.

# 3.3.4

#### Montagem do Sistema de Medição

A bancada de medição foi apoiada em uma estrutura de concreto isolada do piso, com o objetivo de evitar vibração. Esta bancada apresenta estabilidade dimensional suficiente devido à sua robustez e peso.

A mesa de deslocamento e o suporte dos laseres originalmente não faziam parte desta bancada de medição e tiveram que ser projetadas pelo Lamin e fabricadas pela oficina mecânica. A mesa foi fabricada em ferro fundido cinzento, com as superfícies de referência e de apoio retificadas.

Foi montado o suporte dos laseres na bancada de medição, primeiramente nivelando-se o suporte e depois o conjunto, com a utilização de um nível de bolha.

As mesas elevatórias foram fixadas no suporte por meio de prismas magnéticos. Por sua vez, os cabeçotes dos laseres foram fixados às mesas ajustáveis por meio de parafusos. O conjunto formado pela mesa ajustável e pelo cabeçote do laser foi, então, fixado às mesas elevatórias de cada sistema laser (sistema-objeto e sistema-referência). Para que os feixes emitidos por cada laser possam incidir no prisma de medição montado na mesa de deslocamento, os dois cabeçotes foram colocados aproximadamente na mesma altura, por inspeção visual, por meio do deslocamento vertical das mesas ajustáveis (figura 3.11).



Figura 3.11 - Esquema de montagem do sistema de medição

## 3.3.5

#### Alinhamento do Sistema de Medição

Os dois principais objetivos de se realizar um alinhamento adequado dos feixes emitidos pelos laseres em relação ao deslocamento da mesa são maximizar o sinal de medição e minimizar o erro co-seno.

Foi utilizada neste trabalho a metodologia para alinhamento baseada no alinhamento visual, que é aplicada para arranjos de medição com deslocamentos da mesa acima de 500 mm [5]. As etapas para alinhar os feixes de cada laser foram as seguintes:

 a. escolheu-se o sistema-referência para ser alinhado primeiramente, pois o mesmo foi montado na mesma direção do eixo do deslocamento da mesa, o que facilitava o procedimento; nesta primeira etapa o alinhamento foi realizado utilizando-se apenas o prisma de medição;

- b. o prisma de medição foi montado sobre a mesa do dispositivo de deslocamento e ajustado visualmente em relação ao feixe do laser nas proximidades (início do curso) do cabeçote laser; o retorno do feixe de medição deveria incidir no centro do fotodetetor, que possui um alvo para facilitar o alinhamento visual do laser de referência;
- c. deslocou-se a mesa até o final do curso, observando-se se o feixe de medição continuava a incidir no centro do alvo; em caso negativo, o cabeçote do laser deveria ser movimentado angularmente até que o feixe voltasse a incidir no centro do alvo;
- d. retornando a mesa para o início do curso, próximo ao cabeçote, o feixe de medição deveria continuar centralizado no alvo; em caso negativo, o cabeçote deveria ser ajustado novamente, movendo-o apenas em altura e transversalmente, repetindo-se o procedimento até que o feixe esteja no centro do alvo, tanto para o início quanto para o fim do curso da mesa de deslocamento.

Para o sistema-objeto foi desenvolvida uma metodologia própria de alinhamento, baseando-se nas já existentes. Nesta etapa foi utilizado o divisor de feixe apenas como um objeto metálico para auxiliar no alinhamento, cujas etapas foram as seguintes:

- a. um alvo magnético foi fixado em um dos lados do divisor de feixe, ambos montados em uma mesa rotativa, conforme figura 3.12;
- b. como o objetivo desta montagem foi posicionar o cabeçote do sistema-objeto na mesma altura do cabeçote do sistema-referência, alinhou-se o divisor de feixe para coincidir com o feixe do sistema-referência, de forma a permitir que este incidisse no centro do alvo;
- c. girou-se a mesa rotativa de 90°, de forma que o feixe do sistema-objeto agora incidisse no alvo, e alinhou-se o cabeçote do sistema-objeto para que assim o feixe incidisse no centro do alvo.



Figura 3.12 - Montagem para auxiliar o alinhamento do sistema-objeto

- d. feito este alinhamento inicial, o divisor de feixe foi retirado da mesa rotativa, e procedeu-se a fixar ao prisma de medição o mesmo alvo magnético, sendo que o centro deste deveria ser posicionado em relação ao feixe do sistema-referência; esta etapa deve ser realizada com muito cuidado, pois o prisma de medição não pode ser movido, uma vez que já esta alinhado em relação ao sistema-referência;
- e. com o objetivo de desviar o feixe do sistema-objeto de 90°, para que incidisse no prisma de medição, foi montado um esquadro ótico sobre a mesa rotativa, cuja altura foi referenciada através do feixe do sistema-objeto, ou seja, a altura era a mesma em que se encontrava o divisor de feixe;
- f. o feixe do sistema-objeto, desviado de 90°, deveria incidir no alvo localizado no prisma de medição; em caso negativo, o cabeçote laser deveria ser ajustado, utilizando-se a mesma metodologia usada para o sistema-referência, ou seja, no início e no fim do curso;
- g. feito isto, retirou-se o alvo magnético do prisma de medição e introduziu-se o divisor de feixe do sistema-referência no caminho geométrico dos dois laseres, ajustando-o sem mexer mais nos cabeçotes e no prisma de medição; os feixes de medição e de referência dos laseres deveriam incidir no prisma e retornar recombinando-se, ocorrendo sua visualização no centro de cada do alvo dos

cabeçotes, tanto para o início quanto para o fim do curso da mesa de deslocamento.

#### 3.4

### Observações sobre o Procedimento Experimental

Com o objetivo de alertar para possíveis dificuldades de implantação do procedimento experimental apresentado, são descritos alguns dos problemas enfrentados durante a fase inicial de preparação do experimento, principalmente com relação à condição ambiental do experimento e à montagem das partes ópticas, a saber:

- a. o alinhamento do sistema-objeto foi muito difícil de realizar, pois nos manuais consultados não foram encontradas informações sobre a técnica de alinhamento escolhida. A solução foi desenvolver uma técnica de alinhamento, baseada nas já existentes, como descrito em 3.3.5., o que acarretou muito tempo na preparação.
- b. a mesa responsável pelo deslocamento do prisma de medição foi movimentada manualmente, demandando que o operador levantasse a cobertura a cada trecho calibrado, o que, por sua vez, afetava o equilíbrio térmico em que se encontravam os feixes dos laseres e os sensores térmicos. Com objetivo de restabelecer o equilíbrio térmico, a aquisição dos dados de medição foi realizada após um período de 20 minutos a partir da manipulação da cobertura, o que acarretou uma demora excessiva para realização do ciclo de medição.

# 4 Fontes de Erros na Medição com Sistema Laser

Em uma comparação de laseres existem diversos fatores que contribuem para a determinação da incerteza de medição. É fundamental que se faça uma análise sobre esses fatores porque as equações de cada uma deles auxiliarão na determinação da incerteza de medição. As fontes de erros conhecidos são apresentadas a seguir, onde são definidas e descritas as formulações de suas correções, quando possível, para assim serem utilizadas como contribuições para a determinação da incerteza de medição.

#### 4.1

# Efeitos da condição ambiental e da temperatura do objeto 4.1.1

# Compensação do índice de refração no ar

A freqüência da luz emitida pelo laser é bastante estável em relação ao tempo e às alterações locais das condições ambientais. O comprimento de onda da luz emitida pelo laser no ar é um pouco menor que o comprimento de onda no vácuo assim como a sua velocidade de propagação no ar é menor que a no vácuo. Além disso, a velocidade da luz no ar não é constante, mas é uma função do índice de refração que, por sua vez, depende da composição do ar, temperatura e pressão atmosférica. Se o ar é menos denso (por exemplo, está em uma pressão baixa e uma temperatura alta), a velocidade da luz é mais alta e, por conseqüência, o comprimento de onda maior. Como estes parâmetros influenciam a definição do comprimento de onda do laser no ar, então eles devem ser determinados com a máxima exatidão.

Em geral, nas medições de comprimento por interferometria as condições ambientais diferem das condições ideais. Os comprimentos de onda da luz internacionalmente recomendados para realização da unidade de comprimento, são para a condição de vácuo. Portanto a influência do índice de refração do ar no comprimento de onda deve ser corrigida. Para informações sobre as várias linhas de laser recomendadas pelo Comitê Internacional de Pesos e Medidas (CIPM) para realização do metro veja o Apêndice [3]. Com o objetivo de se medir e corrigir corretamente os parâmetros ambientais de influência, os sistemas laser disponíveis no mercado possuem unidades de compensação que medem a pressão atmosférica, temperatura do ar, umidade relativa do ar e a temperatura do padrão a calibrar. As correções podem ser realizadas manualmente ou automaticamente. Nestas medições é necessário conhecer o índice de refração nas condições de temperatura, pressão e umidade em que são realizadas as calibrações.

O índice de refração do ar é definido pela seguinte relação:

 $\lambda_{vac} = \eta \lambda_{ar}$ 

sendo,

 $\eta$  índice de refração do ar;

 $\lambda_{vac}$  comprimento de onda da luz no vácuo;

 $\lambda_{ar}$  comprimento de onda da luz no ar.

Existem duas técnicas para determinação do índice de refração do ar. Ele pode ser medido diretamente por um refratômetro ou o valor pode ser calculado através da equação de Edlén [19], usando-se sensores de monitoramento adequados para medir a pressão atmosférica, temperatura do ar e umidade do ar.

Desde 1939 pesquisadores vêm publicando estudos sobre a equação do índice de refração do ar. A fórmula da refratividade do ar que é aceita como sendo a referência é derivada da publicação de 1951 (Edlén, 1953). Várias pesquisas foram publicadas por Rank (1958), Svesson (1960), Peck (1962), Erickson (dispersão do vapor d'água, 1961), Birch (1993) [20] e finalmente por Bönsch (1996) [21]. A cada publicação as constantes da equação vêm sendo modificadas devido a aprimoramentos tais como medições mais exatas dos parâmetros envolvidos e revisão em relação a ITS 90 (Escala Internacional de Temperatura, recomendada em 1990).

Para determinar o índice de refração nas condições ambientais padronizadas  $(\eta_s)$ , tais como: ar seco composto de porcentagem molar de 78,09% de N, 20,95% de O, 0,93% de Ar e 0,03% de CO<sub>2</sub>; temperatura de 15 °C; pressão atmosférica de 101325 Pa e 0,0003 de volume de CO<sub>2</sub> [19], é necessário utilizar a seguinte equação da dispersão de Edlén:

$$\eta_{s} = C_{1} + C_{2} + (\chi - \left(\frac{1}{\lambda_{vac}}\right)^{2})^{-1} + C_{3}(\varepsilon - \left(\frac{1}{\lambda_{vac}}\right)^{2})^{-1} + 1$$

sendo que;

 $C_{1} = 8343,05 \times 10^{-8};$   $C_{2} = 2406294 \times 10^{-8};$   $C_{3} = 15999 \times 10^{-8};$   $\chi = 130;$  $\varepsilon = 38,9;$ 

Estes valores são constantes da equação da dispersão na revisão segundo Birch [20]. Nota-se que o cálculo de  $\eta_s$  depende apenas de comprimento de onda da luz no vácuo.

Uma outra influência na determinação do índice de refração do ar é a quantidade de dióxido de carbono contido no ar, que deve ser objeto de correção. A equação de Edlén fornece a seguinte expressão para a correção do índice de refração do ar contendo *x* partes do volume de dióxido de carbono.

$$\eta_x - 1 = [1 + 0.540(x - 0.0003)](\eta_s - 1)$$

Segundo Edlén, deve-se considerar a condição padronizada de volume de CO<sub>2</sub> como 0,0003, obtendo-se então :

 $\eta_x - 1 = (\eta_s - 1)$ 

Para obtenção do índice de refração do ar para as diversas condições ambientais de pressão, temperatura e umidade, a equação de Edlén foi generalizada, resultando na seguinte expressão:

$$\eta = \left[ p \times \frac{(\eta_s - 1)}{K_1} \right] \times \frac{(1 + 10^{-8} \times (K_2 + K_3 T) \times p)}{(1 + K_4 T)} - f \times \left[ K_5 + K_6 \times \left(\frac{1}{\lambda_{vac}}\right)^2 \right] \times 10^{-10} + 1$$

onde :

*p* pressão atmosférica em Pa;

- f umidade relativa do ar em Pa;
- *T* temperatura de medição °C;

E os demais símbolos são constantes da equação na revisão segundo Birch:

 $K_1 = 96095,43;$   $K_2 = 0,601;$   $K_3 = -0,00972;$   $K_4 = 0,003661,$   $K_5 = 3,7345,$  $K_6 = 0,00401;$ 

A correção do índice de refração, conforme a equação, depende da pressão atmosférica, temperatura do ar, pressão parcial do vapor de água (umidade do ar) e ainda do comprimento de onda da luz no vácuo. O sistema laser de medição utilizado corrige estes parâmetros ambientais através de software específico do fabricante para condições ambientais locais de medição, a partir das indicações de sensores próprios de monitoramento das condições ambientais.

A equação de Edlén utilizada nesta dissertação é a revisada por Birch [20], pois os sistemas laseres utilizados nesta dissertação têm data de aquisição posterior à data daquela publicação, porém anterior à publicação por Bönsch [21]. Com isso, o software de correção do sistema-objeto elaborado pelo fabricante foi baseado na revisão da equação de Edlén realizada por Birch.

Para manter a coerência nos cálculos das correções realizadas para o sistema-referência devidas às condições ambientais, utilizou-se também a equação de Edlén revisada por Birch. Para informação, a última revisão da equação de Edlén, feita por Bönsch [21], é apresentada no apêndice [4].

#### 4.1.2

#### Compensação da Temperatura do Objeto

A fonte mais importante de erro em medições por interferometria, ou em qualquer outro procedimento de calibração na área dimensional, é o efeito da dilatação térmica dos materiais.

É bem conhecido que o comprimento da maioria dos objetos físicos varia com a temperatura. Por isso é recomendado, através da norma ISO 1 [22], que os

padrões de comprimento físicos devem ser medidos ou comparados na temperatura de referência de 20 °C.

Tomando-se como exemplo uma máquina-ferramenta, que possui parafusos sem fim (mecanismo de deslocamento da mesa), se o ambiente térmico em que esta opera não estiver estável, o efeito de dilatação térmica nos parafusos irá inserir um erro sistemático na fabricação de uma peça. Durante esta operação de usinagem, os parafusos sofrem influências térmicas oriundas de fontes de calor tais como o motor e o movimento dos rolamentos.

O erro devido à dilatação térmica está relacionado às características do objeto em calibração (por exemplo, máquinas-ferramenta ou MMCs) e às condições de temperatura em que esses objetos são medidos. Portanto, o processo óptico de medição utilizado para calibrar essas máquinas não tem nenhuma relação com o objeto sob medição em questão. Entretanto, para os usuários de máquinas-ferramenta e MMCs, a determinação do erro sistemático relativo à dilatação térmica, e sua conseqüente correção, é muito importante para se obter um desempenho ideal dessas máquinas.

Os sistemas laseres de medição compensam, através de software, a temperatura devido ao padrão a calibrar utilizando-se a seguinte equação:

$$L_0 = L_f \times (1 - \alpha \Delta T)$$

onde;

 $\alpha$  coeficiente de dilatação térmica do objeto a calibrar °C<sup>-1</sup>;

L<sub>0</sub> comprimento do objeto a calibrar na temperatura de 20 °C;

- $L_{f}$  comprimento do objeto a calibrar na temperatura de medição (T);
- $\Delta T$  Desvio da temperatura de medição em relação a 20 °C.

# Erro devido ao Comprimento "Morto"

4.2

Entende-se por comprimento "morto" aquele comprimento entre o divisor de feixe e o prisma de medição na sua posição inicial. O sistema laser não interpreta esse comprimento como passível de correção quanto às condições ambientais, o que pode vir a acarretar erros quando as mesmas não forem idênticas àquelas padronizadas. Veja por exemplo, a figura 4.1. O comprimento "morto" do feixe do laser é a distância do divisor de feixe ao ponto inicial "zero" (ponto onde ocorre a inicialização do mostrador digital ou "reset" do laser).



Figura 4.1 – Exemplos de comprimento "morto"

De outra maneira, pode-se dizer que o erro de comprimento "morto" é um erro devido à não compensação do comprimento de onda no caminho geométrico do feixe do laser, devido às alterações nas condições ambientais próximas ao mesmo e ainda devido à dilatação térmica do objeto a calibrar, onde estão montados os componentes óticos.

Supondo que haja variações nas condições ambientais (pressão atmosférica, temperatura do ar e umidade do ar) próximas ao feixe do laser e que o divisor de feixe e o prisma de medição não se movam relativamente, então o comprimento de onda irá variar em função do comprimento total  $(L_1+L_2)$ . Neste caso, o sistema de compensação do laser corrigirá o comprimento de onda em relação ao comprimento medido  $L_2$ , e não fará correção para o comprimento  $L_1$ .

Se, simultaneamente ocorrer variação na temperatura de medição, haverá mudança na relação física entre o divisor de feixe e o prisma de medição, devido à dilatação do objeto a calibrar. Então a compensação do sistema laser, devido à variação da temperatura do objeto a calibrar, só corrigirá o comprimento  $L_2$ .

Assim, erros significativos podem ocorrer quando o arranjo de medição não permitir que o divisor de feixe e o ponto inicial de medição, fiquem próximos um do outro. Nos sistemas mais modernos, o software interno de correção permite que se informe o valor do comprimento "morto", que o utiliza também para cálculo da correção.

Nesta dissertação, entretanto, isso não estava disponível. Além disso, os componentes ópticos no arranjo de medição não puderam ser dispostos de forma a eliminar o erro devido ao comprimento "morto", por conta de limitações físicas do dispositivo de deslocamento. O comprimento "morto" para o arranjo de medição desta dissertação foi de 100 mm. A seguir são apresentados os cálculos para correção dos erros de comprimento "morto".

# 4.2.1

## Comprimento "morto" devido ao comprimento de onda

Para o cálculo do erro de comprimento "morto", foi levada em consideração a condição extrema, que ocorreu quando o desvio de temperatura nas proximidades do caminho do feixe do laser em relação a 20 °C, foi de 3,0 °C, o que, por sua vez, provoca uma variação no comprimento de onda do laser ( $\Delta\lambda$ ) de aproximadamente 0,158x10<sup>-6</sup> µm, conforme o exemplo citado no manual da Hewlett Packard (HP) [5]. Calculou-se esta correção pela seguinte equação:

$$\varpi_c = L_{lc} x \Delta \lambda$$

onde,

 $L_{lc}$  comprimento "morto" em quantidade de comprimentos de onda;

 $\Delta \lambda$  desvio do comprimento de onda (µm).

Considerando-se que o comprimento de onda nominal do laser He-Ne do exemplo é  $\lambda_n = 0,632 \ \mu m \ e L_{1c} = 100000$ , tem-se:

 $L_{1c} = 100000 \ \mu\text{m} / 0,632 \ \mu\text{m} = 158228 \ \text{de comprimentos de onda (antes da variação das condições ambientais).}$ 

Aplicando-se a equação, tem-se que:

 $\varpi_c = L_{1c} \times \Delta \lambda = 158228 \times 0.158 \times 10^{-6} = 0.0250 \ \mu m$ 

ou seja, o comprimento medido  $L_1$  deve ser corrigido de 0,0250  $\mu$ m.

# 4.2.2

# Comprimento "morto" devido à dilatação térmica

Considerando a condição extrema, que ocorreu quando o desvio da temperatura do objeto em relação a 20 °C, foi de 3,0 °C, conforme o mesmo exemplo citado acima, calculou-se esta correção pela seguinte equação:

 $\varpi_o = L_{lo} x \alpha x \Delta T$ 

 $\alpha$  = coeficiente de dilatação térmica do objeto a calibrar (bloco de aço)

11,5 x 10<sup>-6</sup> °C;

 $\Delta T$  =desvio da temperatura do objeto em relação 20 °C;

 $L_{Io} = 100000 \ \mu m$  (antes da variação de temperatura do objeto) Então,

 $\varpi_o = L_{1o} x \alpha x \Delta T$ 

 $\varpi_o = 100000 \ \mu m \ x \ 11.5 \ x 10^{-6} \ ^{\circ}C^{-1} \ x \ 3.0 \ ^{\circ}C$ 

 $\varpi_o = 3,45 \ \mu m$ 

ou seja, o comprimento medido L1 deve ser corrigido de 3,45 µm.

Portanto a correção total do comprimento medido  $L_1$  para cada laser é a soma dos erros devido à dilatação térmica e ao comprimento de onda do laser:

Como se trata de um processo de medição comparativo, as correções dos erros de comprimento "morto" devido ao comprimento de onda, são consideradas iguais para o sistema-referência e para o sistema-objeto, pois os comprimentos "mortos" são os mesmos para os dois laseres, para o arranjo desta dissertação. É muito provável que os desvios em relação à temperatura de referência de 20 °C, sejam também iguais, devido ao isolamento térmico. Pode-se supor então, que esses erros sejam de mesma ordem e que na comparação dos laseres sejam eliminados.

As correções dos erros de comprimento "morto" devido à dilatação térmica são consideradas iguais para os dois laseres pois, como mencionado em 3.3.1, foi utilizado um bloco-padrão de aço para simular um objeto em calibração. Portanto o coeficiente de dilatação utilizado para realizar a correção é o mesmo para os dois laseres. Pode-se supor que os desvios de temperatura em relação a 20 °C, captado pelos sensores de monitoramento da temperatura dos laseres no bloco-padrão, sejam iguais, e é muito provável que os erros tenham magnitudes iguais e que na comparação sejam minimizados.

# 4.3

#### Turbulência do Ar

Um dos fatores mais importantes a ser considerado durante a montagem ou instalação de um sistema laser de medição é a turbulência do ar, também chamada heterogeneidade do ar, que, em um caminho geométrico, é causada pela variação da temperatura do ar. Seu maior efeito é a redução do sinal de medição no fotodetector. Esta redução é devido ao espalhamento do feixe do laser ou uma degradação da coerência do feixe. Se a turbulência do ar é excessiva, isto pode resultar em perda completa do sinal de medição, o que é detectado pela interface eletrônica.

A turbulência é causada por uma não uniformidade da temperatura do ar, resultado da mistura do ar novo, insuflado pelo sistema de refrigeração de ar, com o ar existente. Como o ar é um péssimo condutor de calor, qualquer tentativa de mudança da temperatura do ambiente por aquecimento ou resfriamento do ar, causa uma não-uniformidade da temperatura. Portanto pequenas flutuações podem causar degradação do sinal de medição e, conseqüentemente, a instabilidade do sistema laser.

Em condições ambientais não controladas, os efeitos da turbulência do ar podem ser minimizados através de uma proteção ao feixe de medição, o que pode ser feito por uma cobertura do tipo caixa, como a utilizada neste trabalho.

# 4.4 Erro devido ao Alinhamento "Erro Co-seno"

A ausência de alinhamento no trajeto do feixe do laser em relação ao eixo do dispositivo de deslocamento resulta em um erro entre o comprimento medido e o comprimento deslocado. Este erro é chamado erro co-seno, pois a dimensão deste é proporcional ao co-seno do ângulo do desalinhamento.

Quando o feixe do laser está desalinhado em relação ao eixo do deslocamento do dispositivo, o erro co-seno causará uma diferença entre o comprimento deslocado M e comprimento verdadeiro convencional L.



Figura 4.2 - Representação do erro co-seno com espelho plano

Se o plano do espelho é usado como um refletor, então o trajeto do feixe do laser deve ser perpendicular ao plano deste espelho quando é realizado um alinhamento.

Quando o dispositivo se move da posição A para B, o feixe do laser permanece perpendicular ao plano do espelho, mas haverá uma translação transversal da superfície do espelho, conforme mostrado na figura 4.2. Nota-se que L é menor que M. O mesmo erro acontece quando é introduzido um prisma de medição ao invés do espelho plano (veja figura 4.3).



Figura 4.3 - Representação do erro co-seno com prisma de medição

O feixe do laser refletido no prisma de medição retorna deslocado em relação ao eixo movimento da mesa. Desde que o caminho geométrico dentro do prisma de medição seja o mesmo, independente do ponto de entrada, o laser medirá o deslocamento do ponto A na direção do feixe do laser. Então o erro co-seno resulta em um comprimento medido pelo laser L menor que o comprimento deslocado M.

Sendo  $\theta$  o ângulo de inclinação do alinhamento entre os comprimento *L* e *M* a equação que calcula o erro co-seno é a apresentada a seguir:

$$\cos\theta = \frac{L}{M}$$

Sendo  $\xi$  o erro "cosseno", então tem - se :

$$\xi = \frac{M-L}{M} = 1 - \cos\theta = \frac{\theta^2}{2}$$

Sendo  $\theta$  em radianos

Tabela 2 - Erro co-seno versus ângulo de inclinação do alinhamento

grau	radianos	ξ		
0,001	1,7x10 <sup>-5</sup>	$1,52 \times 10^{-10}$		
0,01	1,7x10 <sup>-4</sup>	$1,52 \times 10^{-8}$		
0,08	$1,7x10^{-3}$	1,00x10 <sup>-6</sup>		
0,1	1,7x10 <sup>-3</sup>	1,52x10 <sup>-6</sup>		
1	$1,7x10^{-2}$	$1,52 \times 10^{-4}$		

Uma outra forma de se calcular o erro co-seno é a apresentada no manual do fabricante [4], baseando-se na seguinte relação :

$$\xi = \frac{S^2}{8L^2}$$

onde,

*S* distância entre os feixes de referência e de medição no alvo do cabeçote (veja figura 4.4);

*L* comprimento medido.



Figura 4.4 – Distância S entre os feixes de referência e de medição

O resultado de  $\xi$  é dado em ppm e para calcular o erro co-seno absoluto deve-se multiplicar o valor  $\xi$  pelo valor de *L*. Nesta forma de calculo do erro coseno, o operador tem que ter muita experiência para se estimar corretamente a distância *S*. Esta forma é muito usada em medições de comprimentos maiores, pois à distância *S* torna-se mais perceptível ao olho humano.

O laser dispõe de um dispositivo indicador para medir o sinal de medição, e este dispositivo tem o objetivo de avaliar a condição de alinhamento dos feixes. O sinal de medição é máximo, quando o divisor de feixe e o prisma estão alinhados lateralmente de forma que o feixe de referência do divisor de feixe e o feixe de medição do prisma retornam recombinados exatamente sobre o mesmo ponto no centro do alvo localizado na abertura do fotodetector. Se a recombinação dos feixes dos laseres não estiver centrada no fotodetector, então o sinal de medição torna-se mais fraco.



Figura 4.5 - Efeito ótico do desalinhamento do feixe do laser

Para o comprimento máximo do curso de medição, um sinal de medição no máximo não garante que o eixo de medição esteja alinhado, portanto o erro coseno pode não ser mínimo.

# 5 Avaliação dos Resultados e das Incertezas de Medição

# 5.1

### Resultados

Como mencionado em 3, o método utilizado para a calibração é o comparativo, pois permite comparar os dois feixes dos laseres, em um mesmo caminho geométrico. Os resultados apresentados no Apêndice [5] são as tendências, conforme definidas no VIM [23], de cada série de três medições. A tendência é calculada pela média dos erros de indicação do sistema-objeto.

Nos sistemas laseres de medição existe a possibilidade de se escolher a resolução de leitura, por meio de um seletor, sendo que a seleção é feita em função da aplicação dos mesmos. Para aplicações em metrologia dimensional, tais como as descritas em 2, uma resolução compatível com a exatidão requerida é a de 0,00001 mm. A comparação dos laseres foi realizada utilizando-se esta resolução, embora a resolução de 0,000001 mm pudesse ser utilizada, com objetivo de se diminuir a estimativa para a incerteza de medição devido à resolução. Contudo, nesta casa decimal não houve estabilidade suficiente para considerar este valor como significativo.

Os valores apresentados como resultados só foram arredondados ao final de todo o processo de cálculo, seguindo critérios normalizados de arredondamento, com o objetivo de se minimizar os erros devido à aproximação matemática.

Os resultados foram apresentados no apêndice com um algarismo significativo a mais, sendo que a incerteza de medição foi apresentada com o mesmo número de algarismos conforme recomendado no Guia para a Expressão da Incerteza de Medição [27].

O processamento dos dados foi realizado utilizando-se a planilha eletrônica Microsoft<sup>®</sup> Excel 5.0, sendo que validação dos resultados obtidos por esta, foi realizada utilizando-se o software de matemática "Mathcad 7".

# Estatística Aplicada aos dados de medição

A estatística aplicada aos dados de medição baseia-se em dois testes de hipótese que são a diferença entre as variâncias e a diferença entre as médias.

No experimento em questão a hipótese nula  $H_0$  [24] de interesse a ser testada é a verificação da existência de homogeneidade das medições em diversos dias de calibração em condições ambientais diferentes.

#### 5.2.1

#### Teste da diferença entre variâncias

A distribuição F é uma distribuição de probabilidade apropriada para a razão das variâncias de duas amostras tomadas independentemente da mesma população. Existe uma distribuição F diferente para cada combinação de graus de liberdade associados com cada amostra, que pode ser encontrada na forma de tabela como, por exemplo, na referência [24]. A estatística usada para testar a hipótese nula H<sub>0</sub> de que não existe diferença entre duas variâncias é a seguinte:

$$F_{calculado} = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

 $S_1^2$  Variância experimental do conjunto 1 com n<sub>1</sub> observações;

 $S_2^2$  Variância experimental do conjunto 2 com n<sub>2</sub> observações.

Para a hipótese ser nula deve ser satisfeita a seguinte condição:

 $F_{calculado} \langle F_{tabelado}$ 

 $F_{tabelado}$  = Valor de F, o qual é função dos graus de liberdade n<sub>1</sub>-1 e n<sub>2</sub>-1, para um determinado nível de confiança.

No apêndice [6] é apresentada uma análise para os quatro registros das medições. Os desvios padrão da medição 1 foram comparados aos da medição 2 e a combinação destes comparados aos desvios padrão da medição 3 e, finalmente, a combinação das 3 medições comparadas aos desvios padrão da medição 4. Todos os valores F calculados foram menores que os F tabelados, portanto não
deve ser rejeitada a hipótese, com um nível de confiança de 95%, de que as variâncias são iguais [25].

O gráfico da figura 5.1 mostra o comportamento dos desvios padrão combinado nos diversos dias de calibração.



Figura 5.1 – Gráfico do desvio padrão combinado

Nota-se pela observação do gráfico 5.1, que o desvio padrão da medição 1 em relação ao da medição 2 apresenta um decréscimo de aproximadamente 0,05 µm. Esse decréscimo do desvio deve-se ao aprimoramento realizado no isolamento térmico dos sensores. Os desvios padrão combinados, conforme ilustrado no gráfico 5.1, se mantiveram constantes nos demais dias de calibração, confirmando que não se pode rejeitar a hipótese de que as variâncias são iguais.

Esta análise teve como objetivo, durante o processo de medição, avaliar a dispersão dos dados em diferentes dias de calibração. Porém somente esta análise não dá subsídios para se verificar a relação existente entre a média de cada conjunto e a média total dos conjuntos de repetições, já que se está avaliando somente um aspecto de cada conjunto, que é a dispersão.

## 5.2.2 Teste da diferença entre duas médias

Quando a diferença entre duas médias é testada supõe-se que as variâncias sejam homogêneas e as observações sejam independentes entre si. A variância da união de k conjuntos pode ser estimada de acordo com a expressão [26]:

$$s_{c}^{2} = \frac{(n_{1}-1)S_{1}^{2} + (n_{2}-1)S_{2}^{2} + \dots + (n_{k}-1)S_{k}^{2}}{n_{1}+n_{2}+\dots+n_{k}-k}$$
, onder

 $S_c^2$  variância combinada,

 $n_i$  número de repetições do conjunto *i*,

*k* número de conjuntos.

Usando a distribuição *t*, a condição para que as médias  $\overline{x_z} e \overline{x_k}$  sejam consideradas iguais é que o intervalo descrito abaixo contenha o "zero" [25].

$$\left| \overline{x}_{z} - \overline{x}_{k} \right| \pm t \times \sqrt{\frac{n_{z} + n_{k}}{n_{z} * n_{k}}} \times s_{c_{z,k}}$$

onde,

 $x_{z,k}$  média dos conjuntos z e k;

 $n_{z,k}$  números de repetições dos conjuntos z e k;

 $S^{2}_{z,k}$  variância combinada dos conjuntos z e k.

No apêndice [6] é apresentada uma análise da comparação entre todas as médias. O resultado da avaliação é que o "zero" esteve contido no intervalo descrito acima em todas as comparações das médias, portanto a hipótese de que as médias são iguais não pode ser rejeitada, com um nível de confiança de 95%.

Como as hipóteses de que as variâncias e as médias são iguais não podem ser rejeitadas, conclui-se que as quatro medições apresentaram-se sob controle e, portanto em condições de repetitividade e reprodutibilidade.

## 5.3 Incerteza de Medição

Na análise das fontes de erros de medição descrita em 4, são mencionados os prováveis erros sistemáticos que, embora não possam ser eliminados, podem ser reduzidos. Como os erros sistemáticos mencionados originam-se de efeitos conhecidos devido à montagem do sistema de medição e a grandezas de influência, isso tem conseqüência direta no resultado de medição. Como eles fazem parte do resultado de medição e são significativos, com relação à exatidão requerida da medição, as devidas correções foram aplicadas. Supõe-se que, após estas correções, o valor esperado do erro provocado por efeito sistemático seja zero.

Como o processo de medição é comparativo, os efeitos sistemáticos também são minimizados através da comparação dos laseres e a correção através dos cálculos já mencionados em 4.

#### 5.3.1

#### Etapas para o Cálculo da Incerteza de Medição

Os passos seguintes constituem um guia para o cálculo de incerteza segundo os Guias ISO GUM [27] e EA-4/02 [28] e foram utilizados em todas as avaliações de incerteza de medição do presente trabalho experimental:

- a. expressar no modelo matemático a dependência do mensurando (grandeza de saída) Y com as grandezas de entrada  $X_i$ , conforme a equação Y = f $(X_1, X_2, ..., X_n)$ .
- b. identificar e aplicar todas as correções significativas ao resultado da medição
- c. calcular a incerteza padrão u(x<sub>i</sub>) para as grandezas medidas repetidamente (tipo A);

- d. relacionar as fontes de incerteza na forma de uma análise de incertezas, incluir componentes sistemáticos da incerteza associada a correções e tratar efeitos sistemáticos não corrigidos como parcelas de incerteza;
- e. atribuir valores de incertezas e distribuição de probabilidades com base em conhecimentos experimentais práticos ou teóricos (tipo B);
- f. calcular a incerteza padrão  $u(x_i)$  para cada componente de incerteza;
- g. calcular o coeficiente de sensibilidade c<sub>i</sub> associado com a estimativa de entrada x<sub>i</sub>, isto é, a derivada parcial da equação com relação à variável X<sub>i</sub>, avaliada para as estimativas de entrada x<sub>i</sub>.;
- h. calcular para cada grandeza de entrada  $X_i$  a contribuição para incerteza padrão  $u_i$  (y) para a incerteza associada com a estimativa de saída resultante da estimativa de entrada  $x_i$ . Sendo que  $u_i$  (y) =  $c_i u(x_i)$ ;
- i. calcular a incerteza combinada que é a raiz da soma quadrática das contribuições para incerteza padrão u<sub>i</sub> (y);
- j. calcular a incerteza expandida U por meio da multiplicação da incerteza padrão combinada  $u_c(y)$  associada à grandeza de saída por um fator de abrangência k (escolhido da tabela de *t student*, em função dos graus de liberdade efetivos  $v_{eff}$  para um nível de confiança de aproximadamente 95%).

#### 5.3.2

#### Modelo Matemático da Medição

O modelo matemático é elaborado através da equação da propagação de erros, que inclui as repetições das medições e as várias grandezas de influência conhecidas e não exatamente conhecidas, para a determinação do resultado de medição. As contribuições para a incerteza provêm da falta de conhecimento destas grandezas, das variações nas repetições e as várias outras incertezas associadas às correções dos erros sistemáticos.

A expressão que relaciona o valor do mensurando, ou seja, o comprimento verdadeiro em função do índice de refração  $\eta$  (que é função da temperatura do ar *T*, da pressão parcial do vapor d'água *f* e da pressão atmosférica *p* e também do

77

comprimento de onda do laser  $\lambda$ ), da temperatura do objeto a calibrar T<sub>o</sub> e do coeficiente de dilatação térmica  $\alpha$  é apresentada a seguir:

$$L_{R} = L_{R_{\eta}} \times \frac{1}{1 + \alpha \times (T_{m} - T_{o})}$$

sendo;

$$L_{R_{\eta}} = \frac{\eta_0 \times L_0}{\eta}$$

onde,

- $L_0$  indicação do comprimento no sistema-referência nas condições ambientais padronizadas (T = 20 °C, p = 101325 Pa, f = 1150 Pa);
- $\eta_0$  índice de refração do ar nas condições ambientais padronizadas;
- $\eta$  índice de refração do ar nas condições ambientais de medição;
- $L_{R_{\eta}}$  comprimento medido pelo sistema-referência, corrigido para as condições ambientais de medição;
- $L_R$  comprimento do objeto a calibrar, medido pelo sistema-referência, corrigido para a temperatura de 20 °C;
- α coeficiente de dilatação térmica
- $T_m$  temperatura de medição do objeto a calibrar;
- $T_0$  temperatura de referência de 20 °C.

O modelo matemático da equação da propagação das incertezas para o sistema-objeto é dado por:

$$\varepsilon = L_X - L_R - \Delta_{E_1} - \Delta_{E_2} - e_{R_1} - e_{R_2} - e_{f_1} - e_{f_2} - \Delta \overline{\sigma}_o$$

logo;

$$\varepsilon = L_x - \frac{\eta_0 \times L_0}{\eta} \times \frac{1}{1 + \alpha \times (T_m - T_o)} - \Delta_{E_1} - \Delta_{E_2} - e_{R_1} - e_{R_2} - e_{f_1} - e_{f_2} - \Delta \varpi_o$$

sendo que,

- $\varepsilon$  erro de indicação do sistema-objeto;
- $L_x$  indicação no sistema-objeto do comprimento do objeto a calibrar corrigido para temperatura de 20 °C;

 $\Delta_{E_1}$  erro devido ao alinhamento do sistema-objeto;

 $\Delta_{E_2}$  erro devido ao alinhamento do sistema-referência;

- $e_{R_1}$  erro de resolução do sistema-objeto;
- $e_{R_{2}}$  erro de resolução do sistema-referência;
- $e_{f_1}$  erro de instabilidade do sistema-objeto;
- $e_{f_{\gamma}}$  erro de instabilidade do sistema-referência;
- $\Delta \sigma_o$  erro devido à diferença dos comprimentos "mortos" dos laseres.

## 5.3.3 Incerteza Padrão do Tipo A (Repetitividade)

A avaliação do Tipo A da incerteza padrão é obtida a partir das repetições das observações das grandezas de entrada sob condições de repetitividade.

Como já descrito anteriormente foram feitas 4 medições contendo 3 ciclos cada uma. As leituras e os resultados são apresentados nas tabelas no apêndice [5].

A metodologia de medição aplicada não permite o cálculo do desvio padrão da indicação de cada laser uma vez que o que é determinada é a diferença indicada de comprimentos.

Com o objetivo de se estimar o desvio padrão de cada laser, se considerou que fossem iguais ao desvio padrão do erro de indicação, o que resultou em um coeficiente de correlação destes desvios padrão de r = -1/2.

Para o cálculo de repetitividade de cada sistema de medição foram utilizados os desvios padrão do registro de medição com os maiores valores (tabela A1.4 do apêndice [5]).

Estas considerações não tendem a aumentar significativamente a incerteza final de medição, pois existem contribuições para incerteza de ordem superior, portanto estas considerações tendem a favorecer a segurança para o cálculo da incerteza.

A incerteza de medição associada à estimativa avaliação do tipo A é calculada como a seguir:

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{s^2(x_k)}{n}}$$

$$s^{2}(x_{k})$$
 variância experimental;

*n* número de observações.

Aplicado-se a fórmula acima, as incertezas padrão do tipo A para o sistemaobjeto e o sistema-referência são respectivamente:

$$u(x_{rep_o}) = s(\overline{x}_{rep_o})$$

$$u(x_{rep_r}) = s(x_{rep_r})$$

$$u(x_{rep_o}) = \frac{0.098}{\sqrt{3}} = 0.0566\,\mu\text{m}$$

$$u(x_{rep_r}) = \frac{0.098}{\sqrt{3}} = 0.0566 \ \mu m$$

## 5.3.4 Incerteza Padrão do Tipo B

É o método de avaliação da incerteza por outros meios que não a análise de uma série de observações. As estimativas para as incertezas padrão deste tipo foram avaliadas através do conhecimento científico, baseado em todas as informações disponíveis sobre as possíveis variabilidades das grandezas de entrada, sendo que estas foram oriundas de manuais dos fabricantes dos laseres, publicações e a experiência do próprio laboratório na utilização de sistemas laser como padrão de referência em metrologia dimensional.

#### a) Incerteza Padrão Associada ao Padrão de Referência

As contribuições do tipo B à incerteza total associadas aos padrões e instrumentos expressas na forma de incertezas padrão  $u(x_i)$ , são apresentadas na tabela 3, onde as incertezas expandidas U para cada instrumento utilizado foram

retiradas de seus respectivos certificados de calibração, para um nível da confiança de aproximadamente 95% e com um fator de abrangência k=2. Segundo [28] a distribuição de probabilidade para a incerteza padrão devido ao padrão de referência é normal. A incerteza padrão é:

$$u(x_i) = \frac{U}{k}$$

Padrão	Laboratório	U	$u(x_i)$
Laser de referência	Laint	0,000000007 μm	0,000000035 μm
Termômetro do ambiente	Later	0,1 °C	0,05 °C
Termômetro do padrão	Later	0,007 °C	0,0035 °C
Medidor de umidade	Lahig	0,8 %	0,4 %
Barômetro digital	Lapre	8,05 Pa	4,025 Pa

Tabela 3- Incertezas padrão associadas aos padrões de referência

#### c) Incerteza Padrão Associada à Resolução dos Laseres

Uma fonte de incerteza de um instrumento digital é a resolução de seu dispositivo indicador. Mesmo quando as indicações repetidas de um laser são idênticas, a incerteza de medição atribuível à repetitividade não é zero, pois existe uma faixa de sinais de entrada, varrendo um intervalo conhecido, que dariam a mesma indicação. Como a resolução do dispositivo indicador do laser é 0,01  $\mu$ m, o valor do estímulo que produz uma dada indicação pode estar situado com igual probabilidade, portanto com uma distribuição retangular, em qualquer lugar do intervalo  $\pm$  0,01  $\mu$ m / 2.

As incertezas padrão para os laseres, portanto, são as seguintes:

$$u(x_{e_{R_1}}) = \frac{0.01}{2\sqrt{3}} = 0.00289 \,\mu \text{m}$$

$$u(x_{e_{R_1}}) = \frac{0.01}{2\sqrt{3}} = 0.00289 \,\mu \text{m}$$

#### d) Incerteza Padrão Associada à Instabilidade dos Laseres

A estimativa quanto à flutuação dos valores indicados foi obtida através de várias observações dos valores brutos, sem as correções devido às influências já mencionadas. A amplitude dessas observações foi considerada para a estimativa da incerteza padrão associada à instabilidade do laser causada pela turbulência do ar. Como a amplitude foi de 0,02 µm, esta foi então considerada a estimativa para os dois laseres. A distribuição de probabilidade considerada para esta estimativa foi a retangular.

$$u(x_{e_{f_1}}) = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.0115 \,\mu \text{m}$$

$$u(x_{e_{f_1}}) = \frac{0.02}{\sqrt{3}} = 0.0115\,\mu\text{m}$$

#### e) Incerteza Padrão Associada aos Alinhamentos dos Laseres

Como já mencionado, os feixes de referência e de medição devem se recombinar coincidindo exatamente no centro do alvo, localizado no cabeçote, o que caracteriza que o alinhamento do laser é adequado. Como essa coincidência é avaliada por percepção visual e o olho humano tem uma resolução de 300  $\mu$ m [6], uma distinção de uma não coincidência entre o feixe de referência e o de medição torna-se muito difícil para valores menores que essa resolução. Supondo que a não coincidência dos feixes seja da ordem de 200  $\mu$ m (S), calcula-se através da fórmula mostrada em 4.4 que o erro co-seno, para o pior caso que é o comprimento inicial (L) de 200  $\mu$ m, seja da ordem de:

$$\xi = \frac{S^2}{8L^2} = \frac{0.20^2}{8 \times 200^2} = 0,000000125 \text{ ppm}$$

 $\xi$  em valores absolutos = 0,000000125 ppm × 200 mm = 0,000025 mm = 0,025  $\mu$ m

Entretanto, a correção para o erro co-seno não é aplicada para os laseres pois não se conhece o valor exato desse erro. Portanto, o procedimento adotado é de se estimar o erro para o pior caso, como feito acima, e de se aplicar uma distribuição retangular às suas possíveis variações, o que leva a:

$$u(x_{\Delta_{E_1}}) = \frac{0,025}{\sqrt{3}} = 0,0144\,\mu\mathrm{m}$$

$$u(x_{\Delta_{E_2}}) = \frac{0,025}{\sqrt{3}} = 0,0144\,\mu\mathrm{m}$$

## f) Incerteza Padrão Associada aos Comprimentos "Mortos" dos Laseres

Os comprimentos "mortos", conforme exposto em 4.2, não são corrigidos pois se supõe que os erros de cada laser se anulam ao serem comparados. Entretanto, mesmo assim, existe um erro residual que pode ser estimado tomandose como base as diferenças de indicações dos sensores de temperatura do material do sistema-objeto em relação ao sistema-referência. Nessa hipótese, os sensores estão captando temperaturas supostamente iguais, mas o sensor de temperatura do material do sistema-objeto encontra-se com um erro em temperatura de 0,046 °C (apêndice [7]) em relação ao sensor do sistema-referência. O erro residual do comprimento "morto" ( $\Delta \varpi_o$ ), devido à dilatação térmica do material, pode ser calculado como a seguir:

 $\Delta \varpi_{\rm o} = \varpi_{\rm o} - \varpi'_{\rm o}$ 

Como o comprimento "morto" para o sistema-referência é

 $\varpi_{o} = L1 \times \alpha \times (T-20 \circ C) =$ 

= 100000  $\mu$ m x 11,5 x 10<sup>-6</sup> °C<sup>-1</sup> x 3,0 °C = 3,45  $\mu$ m

e o comprimento "morto" para o sistema-objeto é

$$\varpi'_{0} = L'1 \times \alpha' \times (T'-20 \circ C) =$$

= 100000  $\mu$ m x 11,5 x 10<sup>-6</sup> °C<sup>-1</sup> x 3,046 °C = 3,503  $\mu$ m,

logo o erro residual é:

 $\Delta \varpi_{o} = \varpi_{o} - \varpi'_{o} = 0,0529 \ \mu m$ 

Estima-se que as variações do erro residual tenham limites retangulares de distribuição, portanto a incerteza padrão devido ao erro de comprimento "morto" é a seguinte:

$$u(x_{\Delta \varpi_o}) = \frac{0.0529}{\sqrt{3}} = 0.0305 \,\mu \mathrm{m}$$

#### g) Incerteza Padrão Associada ao Coeficiente de Dilatação Térmica

Baseados em dados dos fabricantes de blocos-padrão supõe-se que o coeficiente de dilatação térmica de blocos de aço esteja dentro do intervalo de  $(11,5\pm1,0)x10^{-6}$  °C<sup>-1</sup>, portanto a incerteza padrão é representada por uma distribuição retangular e

$$u(x_{\alpha_1}) = \frac{1.0 \times 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 0.577 \times 10^{-6} \ ^{0}C^{-1}$$

$$u(x_{\alpha_2}) = \frac{1.0 \times 10^{-6}}{\sqrt{3}} = 0.577 \times 10^{-6} \ ^{0}C^{-1}$$

Conforme exposto em 3.3.1 é utilizado um único bloco-padrão para simular um objeto sendo calibrado pelos dois sistemas laseres, portanto os valores de coeficiente de dilatação térmica, que são introduzidos nos softwares de compensação devidos a este erro, devem ser o mesmo. Isto sugere que as grandezas de entrada dos coeficientes de dilatação térmica tenham uma correlação total, ou seja, r = 1.

Supondo que

$$L_{R} = \frac{\eta_{0} \times L_{0}}{\eta_{R}} \times \frac{1}{1 + \alpha_{R} \times \Delta T_{R}}$$

e

$$L_{X} = \frac{\eta_{0} \times L_{0}}{\eta_{X}} \times \frac{1}{1 + \alpha_{X} \times \Delta T_{X}},$$

$$u_{\varepsilon}^{2}(\alpha) = \left(\frac{\partial L_{R}}{\partial \alpha_{R}}\right)^{2} (u_{\alpha_{R}})^{2} + \left(\frac{\partial L_{X}}{\partial \alpha_{X}}\right)^{2} (u_{\alpha_{X}})^{2} - 2 \times \left(\frac{\partial L_{R}}{\partial \alpha_{R}}\right) (u_{\alpha_{R}}) \times \left(\frac{\partial L_{X}}{\partial \alpha_{X}}\right) (u_{\alpha_{X}}) \times r$$

Como  $\alpha_R$  e  $\alpha_X$  são iguais e as derivadas parciais dos comprimentos em relação aos coeficientes de dilatação são muito próximas, a incerteza do erro de indicação em relação aos coeficientes de dilatação térmica pode ser desprezada.

## 5.3.5 Coeficiente de Sensibilidade c<sub>i</sub>

O coeficiente de sensibilidade *ci* descreve o quanto a estimativa de saída *y* é influenciada por variações da estimativa de entrada  $x_i$ . A derivada parcial do modelo matemático em relação a cada parâmetro avalia a mudança na estimativa de saída *y* devido à mudança na estimativa de entrada  $x_i$ .

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à temperatura do ar é o seguinte:

$$c_T = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial T}$$

onde,

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} = \left[ -\frac{\eta_0}{\eta^2} \times \frac{1}{1 + \alpha \cdot (T_m - T_o)} \right] \times L_0$$

 $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta}$ é a derivada do erro de indicação em relação ao índice de refração e,

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = \left[\frac{(\eta_s - 1)}{K_1} \cdot \frac{1}{(1 + K_4 T)}\right] \times \left[K^3 \cdot 10^{-8} \cdot p^2 - p \cdot K_4 \cdot \left(\frac{1 + 10^{-8} \cdot (K_2 + K_3 T) \cdot p}{(1 + K_4 T)^2}\right)\right]$$

sendo,

 $\frac{\partial \eta}{\partial T}$  a derivada do índice de refração em relação à temperatura do ar.

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à pressão atmosférica é o seguinte:

$$c_{p} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial p}$$

onde a derivada do índice de refração em relação à pressão atmosférica é

$$\frac{\partial \eta}{\partial p} = \frac{\eta_s - 1}{K_1 \cdot (1 + K_4 T)} \times \left[1 + 2 \cdot p \cdot 10^{-8} \cdot (K_2 + K_3 T)\right]$$

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à umidade é o seguinte:

$$c_f = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial f}$$

onde a derivada do índice de refração em relação à umidade é

$$\frac{\partial \eta}{\partial f} = -\left(K_5 - K_6 \times \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2\right) \times 10^{-10}$$

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação ao coeficiente de dilatação térmica é:

$$c_{\alpha} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} = -\frac{\eta_0}{\eta} \times \frac{1}{\left[1 + \alpha \times (T_m - T_o)\right]^2} \times (T_m - T_o) \times L_0$$

O coeficiente de sensibilidade do erro de indicação em relação à temperatura do objeto é:

$$c_{T_m} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial T_m} = \frac{-\eta_0}{\eta} \times \frac{1}{\left[1 + \alpha \times (T_m - T_a)\right]} \times \alpha \times L_0$$

Os coeficientes de sensibilidade do erro de indicação em relação à demais variáveis são constantes, portanto igual a 1.

$$c_{n} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial L_{0}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial L_{x}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta_{E_{1}}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta_{E_{2}}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial e_{R_{1}}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial e_{R_{2}}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial f_{1}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial f_{2}} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \Delta_{\varpi_{0}}} = 1$$

## 5.3.6 Contribuição para a Incerteza Padrão

A contribuição à incerteza padrão  $u_i(y)$  associada à estimativa de saída y é resultante da incerteza padrão associada à estimativa de entrada  $x_i$  multiplicada pelo coeficiente de sensibilidade, ou seja,

 $u_i(y) = c_i u(x_i)$ 

#### 5.3.7

## Incerteza Padrão Combinada uc(y)

A incerteza padrão combinada  $u_c(y)$  é a raiz quadrada positiva da soma quadrática das contribuições para incerteza padrão que, no caso do presente trabalho, se expressa por:

$$u_{c}(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} [c_{i} u(x_{i})]^{2}}$$

$$u_{c}(y) = \sqrt{(1 \cdot u(x_{rep_{o}}))^{2} + (1 \cdot u(x_{rep_{r}}))^{2} + (1 \cdot u(x_{\lambda}))^{2} + (c_{T} \cdot u(x_{T}))^{2} + (c_{Tm} \cdot u(x_{Tm}))^{2} + (c_{Tm} \cdot u(x_{Tm}))^{2} + (c_{Tm} \cdot u(x_{Tm}))^{2} + (c_{Tm} \cdot u(x_{Tm}))^{2} + (1 \cdot u(x_{e_{f_{1}}}))^{2} + (1 \cdot u(x_{e_{f_{1}}}))^{2} + (1 \cdot u(x_{e_{f_{1}}}))^{2} + (1 \cdot u(x_{e_{f_{1}}}))^{2} + (1 \cdot u(x_{e_{f_{2}}}))^{2} + (1 \cdot$$

#### 5.3.8

#### Incerteza Expandida U

A incerteza expandida U é obtida multiplicando-se a incerteza padrão combinada  $u_c(y)$  por um fator de abrangência k, ou seja,

 $U = k u_c (y).$ 

Para o cálculo do fator de abrangência k, deve-se obter uma incerteza padrão associada à estimativa de saída; estimar graus de liberdades efetivos  $v_{eff}$  da incerteza padrão combinada  $u_c$  (y), associada à estimativa de saída y a partir da fórmula de Welch-Satterhwaite abaixo

$$V_{eff} = \frac{u_c^{4}(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^{4}(x_i)}{V_i}}$$

e obter o fator de abrangência k na tabela do Guia ISO GUM [27]. A referida tabela é baseada na distribuição-t avaliada para uma probabilidade de abrangência de 95,45 % [27].

Os graus de liberdade vi são iguais a n–1 para uma grandeza única estimada pela média aritmética de n medições independentes (Incerteza Tipo A). Os graus de liberdade para uma incerteza padrão obtida pela avaliação do Tipo B são mais difíceis de calcular, o que implica em se considerar os graus de liberdade da incerteza padrão u ( $x_i$ ) obtidos de uma avaliação do Tipo B como sendo vi  $\rightarrow \infty$  [27].

A metodologia descrita neste capítulo e os resultados obtidos para as várias contribuições de incerteza foram utilizados na determinação das incertezas expandidas para cada um dos dez comprimentos nominais de 200 mm medidos.

O método de medição apresentado realiza a calibração de um sistema laser por comparação a outro utilizando medições feitas a partir do deslocamento da mesa onde é a apoiada o prisma de medição (retrorefletor). O que é de fato analisado é a diferença das medições dos dois sistemas laser para um mesmo deslocamento.

Foram, portanto, registradas as diferenças das indicações de 200 mm em 200 mm de deslocamento, em um total de 2000 mm. As diferenças observadas (tendências) variaram de 0,027 µm a 0,690 µm (apêndice 5).

Foram realizadas três medições para cada deslocamento e quatro repetições completas do procedimento em dias diferentes, tendo sido observada variação do desvio padrão de 0,009 µm a 0,098 µm (apêndice 5).

As incertezas expandidas calculadas variaram de  $0,109 \ \mu m$  a  $0,306 \ \mu m$  conforme figura 5.2. No apêndice [8] são apresentadas as planilhas completas de incerteza de medição para os comprimentos nominais de 200 mm e 2000 mm.



Figura 5.2 Gráfico da Incerteza de Medição x Comprimento

Dos resultados apresentados se conclui que o método é adequado para calibração de sistemas laser de medição, podendo ser caracterizado por uma incerteza expandida final de medição de:

$$U = 2 \times \sqrt{7,011 \times 10^{-3} + 3,908 \times 10^{-14} \times L^2}$$

Sendo L o comprimento nominal em micrometros.

Como o método alternativo de calibração do referido sistema laser de medição é valido, pois atende os níveis de incerteza requeridos para suas aplicações, ele representará uma diminuição no tempo e no custo de calibração destes sistemas.

## Conclusões e Recomendações

Esta dissertação objetivou o desenvolvimento de metodologia para a calibração de sistemas laser de medição, por um processo de medição comparativo, considerando-se normas internacionais de metrologia tais como VDI 749 [11] e VDI 750 [12], que tratam do assunto, além do Guia para Expressão da Incerteza de Medição [27].

Devido à complexidade da calibração dos sistemas laser de medição há um grande interesse de seus usuários na sua calibração por processo alternativo que permita interpretar com mais clareza os resultados, de modo a facilitar a aplicabilidade dos mesmos. Os principais interessados são os laboratórios da Rede Brasileira de Calibração (RBC), os representantes no Brasil de fabricantes de laseres, de máquinas-ferramenta e de máquinas de medição por coordenadas e setores produtivos de metal-mecânica, dentre outros.

Um estudo bibliográfico foi realizado para a investigação das várias possibilidades de arranjos de medição para comparação de laseres. O arranjo de medição mais adequado ao propósito desta dissertação foi escolhido com base em critérios técnicos para um arranjo ideal, como exposto em 3.2.4, considerando o maior número de critérios atendidos e a viabilidade de implantação.

As médias dos erros de indicação (tendência) do sistema laser em calibração, para os diversos comprimentos nominais, se comportaram de forma linear e crescente. Isto se deve ao fato destes erros serem função do comprimento medido.

O sistema de referência para comparação de laseres utilizado foi construído a partir de adaptações de outros equipamentos e acessórios de medição. Podem-se, portanto, realizar vários aprimoramentos futuros visando a melhorar o desempenho do sistema.

Sugere-se também que seja realizada uma comparação entre os diversos arranjos de medição, com o objetivo de comprovar a reprodutibilidade do sistema de referência e avaliar a conformidade aos critérios estabelecidos em 3.2.4.

Com o objetivo de validar o processo de calibração, através dos resultados obtidos, recomenda-se que seja realizada uma comparação laboratorial com outros laboratórios nacionais de metrologia.

Uma melhoria no atual sistema de deslocamento da mesa, no qual o prisma de medição é posicionado, seria a realização deste deslocamento de modo automático pois, como mencionado em 3.4, a cada comprimento medido a cobertura necessitava ser levantada, o que ocasionava um desequilíbrio nas condições ambientais de medição, tornando a execução de um ciclo de medição muito demorada. Esta automatização deve ser tal que permita um movimento suave da mesa, evitando vibrações indesejáveis.

Deve ser realizado um isolamento térmico específico para os sensores que monitoram a temperatura do objeto a calibrar, pois como mencionado em 3.3.1, a condição ambiental no local da calibração não deve ter uma variação brusca de temperatura. A norma VDI 749 [11] recomenda a utilização de um banho termostático especial apresentado esquematicamente na figura 6.1.



mostradores digitais dos laseres

sensores de temperatura do material

Figura 6.1 – Banho termostático especial

Com objetivo de se minimizar a turbulência do ar e, conseqüentemente, diminuir a instabilidade dos laseres, deve ser projetada uma cobertura para a

bancada de medição abrangendo os sensores que monitoram as condições ambientais, obtendo assim um isolamento térmico adequado. O projeto da cobertura deve ser de forma que minimize o erro devido ao comprimento "morto".

De acordo com os cálculos desenvolvidos para a incerteza de medição, pode-se concluir que os componentes de incerteza mais relevantes são aqueles provenientes dos sensores da temperatura do ar e do objeto a calibrar. A diminuição destas contribuições para a incerteza de medição final pode ser realizada com a aquisição de padrões de referência das condições ambientais mais exatos e com incertezas menores.

A incerteza de medição obtida mostrou-se suficiente para calibrar sistemas laser de medição destinados à calibração de MMCs e máquinas-ferramenta. Considerando-se que na norma de máquinas-ferramenta [8] o valor do erro máximo admissível [23] para o ensaio de posicionamento para o comprimento de 2000 mm é de 6 µm e que a incerteza expandida declarada para o sistema laser em calibração, nesta dissertação, para o comprimento de 2000 mm é de aproximadamente 0,30 µm, (conforme Apêndice [8]), portanto 1/20 do valor do erro máximo admissível para máquina-ferramenta, conclui-se que os sistemas laser de medição calibrados pelo método comparativo são adequados para calibrar este tipo de equipamento.

Portanto, com base nos resultados experimentais obtidos, pode-se concluir que o objetivo deste trabalho foi alcançado satisfatoriamente, levando-se em conta os equipamentos e acessórios disponíveis no laboratório.

#### **Referências Bibliográficas**

- [1] Vicente, J.; Sánchez P.; Madrona J.A., Calibration of Laser Interferometers as Variable Length Standards – Congres International de Metrologie, 1993.
- [2] Cruz, D., **Óptica.** 1. ed. São Paulo: Ática, 2001. 37 p.
- [3] www.comciencia.br/reportagens/fisica/fisica13.htm Elza Vasconcellos
- [4] Halliday, D., Resnick, R.; Física II. 2 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos,1979. 551 p.
- [5] Laser Measurement System 5526A User's Guide Hewlett Packard, 1980.
- [6] Laser and Optics 5501A, Application Note 197-2 1980.
- [7] Hoffer, T. M., Calibration of a Machine Tool, Hewlett Packard, 1980.
- [8] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO 10791-4 – Part 4: Test Conditions for Machining Centres – Accuracy and Repeatability of Positioning of Linear and Rotary Axes. Genève, 1998.
- [9] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE. VDI 2617- Parts 1-5: Accuracy of Coordinate Measuring Machines, Dusseldorf –Germany, 1986
- [10] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO
   10360 Parts 1-6: Coordinate Metrology. Genève , 2001.
- [11] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE. VDI BERICHTE 749: Laser Interferometrie in der Industriellen Messtechnik.Germany.1989.
- [12] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE. VDI Berichte 750:
   Dokumentation Genauigkeit von Laserinterferometer-Systemen. Compiled and published by VDE-GMA Committee 7.4 "Grundlagen der Längen- und Winkelmessung". Abril 1989.

- [13] Dutschke W.; Richers H.; Jaklin H.; Linhart C.: Vorrichtung zum Einmessen (Kalibrieren) von Laser-interferometern. Patent specification G 01 B 9/02 DE 2722887 B1 dated 20.05.1979.
- [14] Stone, J., Schroeck, M. e Stocker, M. Testing Displacement-Measuring Interferometer Systems, Nist Special Publication, 2001.
- [15] Schüssler, H.-H.: Anordnung zum gleichzeitigen und unmittelbaren Vergleich der Messgenauigkeit zweier verschiedener Laserinterometer.
   Patent specification G 01 B 9/92 DE 3338981 C1 of 27.10.1983
- [16] Schellekens P.H.J.; Koning J.; Veenstra P.C.: Accuracy of Commercially Available Laser Measurement Systems. CIRP Annals 31, 1 (1982), 427-429.
- [17] Sparrer, G.: Anordnung zum direkten Vergleich und zur Kalibrierung von Laserinterferometern. Patent specification G 01 B 9/02 DE 4208189 A of 08.04.1993.
- [18] Sparrer, G.: Kalibrierung von Kompletten Laserinterferometern für Längernmessungen procedings der Tagung messComb-Wiesbaden,1993.
- [19] Edlén, B. The Refractive Index of Air. Revista Metrologia, 1965, 71-80
- [20] Birch, K. P. and Downs, M. J. An Updated Edlén Equation for the Refratictive Index of Air. Revista Metrologia, 1993, 30 155-162.
- [21] Bönsch, G., Potulski, M. Measurement of Refratctive Index of Air and Comparison with Modified Edlén Formulae. Revista Metrologia, 1996, 35, 133-139.
- [22] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. ISO
   1: Standard Reference Temperature for Industrial Lenght Measurements, 1975.

- [23] INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL. Vocabulário Internacional de Termos Fundamentais e Gerais de Metrologia – VIM, Rio de Janeiro, 1995.
- [24] Spiegel, R. M. Estatística. 2 ed. 1985 ed. São Paulo: McGraw Hill, 2001.207-212 p.
- [25] Couto, P.R.G., Valente, J.C.O. Estimativa de Incerteza na Análise Química. Inmetro/Ufrj - Escola de Química. Rio de Janeiro, 2001.
- [26] Eurachem/Citac Quantifying Incertainty In Analytical Measurement. 2 ed.- Abril 2000.
- [27] INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL. Guia Para a Expressão da Incerteza de Medição – 2 ed. Rio de Janeiro,1998.
- [28] INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL. Versão Brasileira do Documento de Referência EA-4/02. 1 ed. Rio de Janeiro, 1999.

# 7 Apêndices

## APÊNDICE 1

## Erros Máximos Admissíveis de Posicionamento para Máquinas-Ferramenta

A tabela abaixo foi extraída da norma ISO 10791-4.

	Comprimento do eixo deslocado (mm)			
Parâmetros do erro de	≤ 500	> 500	> 800	> 1250
posicionamento		≤ 800	≤ 1250	≤ 2000
Exatidão bidirecional	0,022	0,025	0,032	0,042
Exatidão em uma direção	0,016	0,020	0,025	0,030
Repetitividade bidirecional	0,012	0,015	0,018	0,020
Repetitividade em uma direção	0,006	0,008	0,010	0,013
Valor de reversão	0,010	0,010	0,012	0,012
Valor médio de reversão	0,006	0,006	0,008	0,008
Erro sistemático bidirecional	0,015	0,018	0,023	0,030
Erro sistemático em uma direção	0,010	0,012	0,015	0,018
Erro médio bidirecional da faixa	0,010	0,012	0,015	0,020

## Tabela 1.1 – Erros Máximos Admissíveis para comprimentos até 2000 mm

#### APÊNDICE 2

## PADRÕES DE REFERÊNCIA

Este Apêndice contém a relação de padrões de referência utilizados no presente trabalho e as principais informações contidas em seus certificados. Todos certificados foram emitidos por laboratórios do Inmetro.

# 1. Higrômetro e Termômetro (Termohigrômetro) referência para o sensor da temperatura do ar.

Certificado do Laboratório de Higrometria - Lahig Fabricante: Vaisala Resolução: umidade (0,1%) e termômetro (0,10°C) Data de Calibração: 18/04/1998

Tabela A2.1 - Resultados do higrômetro e a incerteza em %

Umidade relativa padrão	Indicação do instrumento	Correção	U
77,1	79,4	-2,3	1,0
58,1	59,4	-1,3	0,8
38,7	38,9	-0,2	0,6

Umidade Relativa = indicação do instrumento + correção

Tabela A2.2 - Resultados do termômetro (1) e a incerteza em °C

Temperatura Padrão	Indicação do Instrumento	Correção	U
20,5	20,6	-0,1	0,1
30,8	30,8	-0,1	0,1

Temperatura = Indicação do Instrumento + Correção

Com fator de abrangência k=2 e com um nível de confiança de aproximadamente 95% para os dois instrumentos.

# 2. Termômetro digital referência (2) para o sensor da temperatura do objeto a calibrar

Certificado do Laboratório de Temperatura - Later Fabricante: Anton Paar Data da Calibração: 20/06/2001 Resolução do Termômetro: 0,001 °C Faixa de Calibração: 15 °C a 80 °C (Incluindo o ponto 0 °C) Tipo: pt-100

Tabela A2.3 - Resultados do termômetro (2) e a incerteza em °C

Temperatura	Correção	U
20,000	-0,005	0,007
25,000	-0,005	0,007

Com fator de abrangência k=2 e com um nível de confiança de aproximadamente 95%.

#### 3. Barômetro Digital

Certificado do Laboratório de Pressão - Lapre Fabricante: Druck incorporated Resolução: 0,001 mmHg (0,13 kPa) Faixa de Indicação: 600 a 862 mmHg (80 a 115 kPa) Data de Calibração: 24/08/1998

Tabela A2.4 - Resultados do barômetro e a incerteza em mmHg

Pressão de Referência	Pressão Indicada	Erro	U
753,8833	753,735	-0,148	0,060
760,4439	760,295	-0,149	0,060
767,0036	766,863	-0,141	0,060

Com fator de abrangência k=2 e com um nível de confiança de aproximadamente 95%.

#### 4. Comprimento de Onda do Laser de Referência

Certificado do Laboratório de Interferometria - Laint Instrumento de Medição: Laser Estabilizado. Fabricante : Hewlett-Packard. Data de Calibração: 20/10/1999 Resolução: 0,00001 mm

#### Resultados e Declarações de Incerteza.

O valor da média do batimento de freqüência obtido é -23,0 MHz, conseqüentemente, o valor da freqüência do laser é f = 473612191,7 MHz.

Em comprimento de onda no vácuo, o resultado é:  $\lambda = 0,632991429$ .

A incerteza de medição com fator de abrangência k=2 com um nível de confiança de aproximadamente 95%.

Em freqüência, U(f) = 5 MHz

Em comprimento de onda,  $U(\lambda) = 0,00000007 \,\mu\text{m}.$ 

### APÊNDICE 3

## Radiações Recomendadas de Laseres Estabilizados para Realização do Metro

É apresentado aqui um resumo da lista das radiações recomendadas para realização do metro aprovada pelo CIPM (Comitê Internacional de Pesos e Medidas) em 1997, contendo as freqüências e comprimentos de onda no vácuo.

Tino de elemento	Comprimento de onda	Incerteza relativa
abaamianta	Comprimento de olida	Incerteza relativa
absorvente	(fm)	
$^{1}\mathrm{H}$	243 134 624,6260	8,5 x 10 <sup>-13</sup>
$^{127}I_{2}$	514 673 466,4	$2,5 \ge 10^{-10}$
$^{127}I_2$	532245036,14	7 x 10 <sup>-11</sup>
$^{127}I_2$	543516333,1	$2,5 \ge 10^{-10}$
$^{127}I_2$	611 970 770,0	3 x 10 <sup>-10</sup>
$^{127}I_2$	632 991 398,22	2,5 x 10 <sup>-11</sup>
$^{127}I_2$	640 283 468, 7	4,5 x 10 <sup>-10</sup>
<sup>40</sup> Ca	657 459 439,2917	6 x 10 <sup>-13</sup>
<sup>88</sup> Sr <sup>+</sup>	674 025 590,95	1,3 x 10 <sup>-10</sup>
<sup>85</sup> Rb	778 105 421,22	1,3 x 10 <sup>-11</sup>
CH <sub>4</sub>	3 392 231 397,327	3 x 10 <sup>-12</sup>
CH4	3 392 231 397,31	2,3 x 10 <sup>-11</sup>
OsO4	10 303 465 254,27	6 x 10 <sup>-12</sup>

Tabela 3.1 - Tipos de laseres estababilizados

## 1 Átomo absorvente <sup>1</sup>H, transição 15-25 a dois fótons

Os valores f = 1 233 030 706 593,7 kHz e  $\lambda$  = 243 134 624,6260 fm

Com uma incerteza global relativa de 8,5 x 10<sup>-13</sup>, se aplicam a uma radiação estabilizada numa transição a dois fótons numa faísca de hidrogênio frio. Pode-se também utilizar outras transições absorventes no hidrogênio; essas transições são dadas no anexo M3 do relatório do CCDM (1997).

## 2 Molécula absorvente <sup>127</sup>I<sub>2</sub>' transição 43-0, P(13), componente A<sub>3</sub> (OU S).

Os valores f = 582 490 603,37 MHz e  $\lambda$  = 514 673 466,4 fm

Com uma incerteza global relativa de 2,5 x  $10^{-10}$ , se aplicam a radiação emitida por um laser Ar+ estabilizado com o auxílio de uma célula de iodo, situada no exterior do laser, tendo um ponto frio à temperatura de -(5±2) °C.

## 3 Molécula absorvente $^{127}I_2$ , transição 32-0, R(56), componente $A_{10}$

Os valores f = 563 260 223,48 MHz e  $\lambda$  = 532245036,14 fm

Com uma incerteza global relativa de 7 x  $10^{-11}$ , se aplicam a radiação emitida por um laser Nd: YAC à freqüência dupla absorvida com a ajuda de uma célula de iodo, situada no exterior do laser, tendo um ponto frio a uma temperatura situada entre -10 °C e 20 °C.

# 4 Molécula absorvente <sup>127</sup>I<sub>2</sub> transição 26-0, R(12), componente A<sub>9</sub>

Os valores f = 551 579482,96 MHz e  $\lambda$  = 543516333,1 fm

Com uma incerteza global relativa de 2,5 x  $10^{-10}$ , que resulta da radiação emitida por um laser He-Ne estabilizado com o auxílio de uma célula de iodo, situada no exterior do laser, tendo um ponto frio à temperatura de  $(0 \pm 2)$  °C.

# 5 Molécula absorvente <sup>127</sup>I<sub>2</sub>, transição 9-2, R(47), componente A<sub>7</sub> (ou O)

Os valores f = 489 880 354,9 MHz e  $\lambda$  = 611 970 770,0 fm

Com uma incerteza global relativa de 3 x  $10^{-10}$ , que resulta da radiação emitida por um laser He-Ne estabilizado com o auxílio de uma célula de iodo, situada no interior ou no exterior do laser, tendo um ponto frio à temperatura de (- $5 \pm 2$ ) °C.

## 6 Molécula absorvente <sup>127</sup>I<sub>2</sub>, transição 11-5, R(127), componente A<sub>13</sub> (ou i)

Os valores f = 473 612 214 705 kHz e  $\lambda$  = 632 991 398,22 fm

Com uma incerteza global relativa de 2,5 x  $10^{-11}$ , que resulta da radiação emitida por um laser He-Ne estabilizado pela técnica do terceiro harmônico com o auxílio de uma célula de iodo.

## 7 Molécula absorvente <sup>127</sup>I<sub>2</sub>, transição 8-5, P(10), componente A<sub>9</sub> (ou G)

Os valores f = 468 218 332,4 MHz e  $\lambda$  = 640 283 468, 7 fm

Com uma incerteza global relativa de 4,5 x  $10^{-10}$ , se aplicam à radiação emitida por um laser He-Ne estabilizado com o auxílio de uma célula de iodo, situada no interior do laser, tendo um ponto frio à temperatura de (16 ±1) °C, com uma amplitude de modulação de freqüência, da crista à cavidade, de (6 ± 1) MHz.

## 8 Átomo absorvente <sup>40</sup>Ca, transição <sup>1</sup>S<sub>0</sub> - <sup>3</sup>P<sub>1</sub>; $\Delta$ Mj = 0

Os valores f = 455 986 240 494,15 kHz e  $\lambda$  = 657 459 439,2917 fm ,

Com uma incerteza global relativa de 6 x  $10^{-13}$ , se aplicam à radiação emitida por um laser estabilizado com o auxílio de átomo de Ca.

## 9 Ion absorvente ${}^{88}$ Sr<sup>+</sup>, transição 5 ${}^{2}$ S<sub>1/2</sub> - 4 ${}^{2}$ D<sub>5/2</sub>

Os valores f = 444 779 044,04 MHz e  $\lambda$  = 674 025 590,95 fm

Com uma incerteza global relativa de 1,3 x  $10^{-10}$ , se aplicam à radiação emitida por um laser estabilizado na transição que se observa com o auxílio de um ion de Sr capturado e resfriado..

## 10 Átomo absorvente <sup>85</sup>Rb, transição ${}^{5}S_{1/2}$ (F=3) - ${}^{5}D_{5/2}$ (F=5) a dois fótons

Os valores f = 385 285 142 378 kHz e  $\lambda$  = 778 105 421,22 fm

Com uma incerteza global relativa de 1,3 x  $10^{-11}$ , se aplicam à radiação emitida por um laser estabilizado no centro da transição a dois fótons. Os valores se aplicam a uma célula de Rb, à uma temperatura inferior a 100 °C.

## 11 Molécula absorvente CH<sub>4</sub> , transição V<sub>3</sub> (P7), componente F<sub>2</sub> <sup>(2)</sup>

**11.1 Os valores :**  $f = 88376181 600, 18 \text{ kHz e } \lambda = 3 392 231 397, 327 \text{ fm}$ 

Com uma incerteza global relativa de 3 x  $10^{-12}$ , se aplicam à radiação emitida por um laser He-Ne estabilizado com o auxílio da componente central [transição (7-6)] do triplet de estrutura hiperfina resolvida.

**11.2 Os valores :** 
$$f = 88376181600,5 \text{ kHz e} \lambda = 3 392 231 397,31 \text{ fm}$$

Com uma incerteza global relativa de 2,3 x 10-11, se aplicam à radiação emitida por um laser He-Ne estabilizado no centro da estrutura hiperfina não resolvida, com o auxílio de uma célula de metano.

# 12 Molécula absorvente $OsO_4$ , transição em coincidência com o raio laser $^{12}C^{16}O_2\,,R\,(12)^4$

Os valores f = 29 096 274 952,34 kHz e  $\lambda$  = 10 303 465 254,27 fm

Com uma incerteza global relativa de 6 x  $10^{-12}$ , se aplicam à radiação emitida por um laser CO<sub>2</sub> estabilizado numa célula de OsO<sub>4</sub>, à pressão inferior a 0,2Pa, situada no exterior do laser. Pode-se utilizar outras transições; estas são indicadas no anexo M3 do relatório do CCDM (1997).

## APÊNDICE 4

#### Revisão da Equação de Edlén realizada por Bönsch

A última revisão realizada por Bönsch [21], alterou as constantes a partir de novas condições padronizadas tais como temperatura T=20 °C, pressão atmosférica p = 100000 Pa e com volume de CO<sub>2</sub> no ar de 0,04%. São apresentadas a seguir as modificações nas equações:

a) Equação de dispersão;

$$\eta_{s} = C_{1} + C_{2} + (\chi - \left(\frac{1}{\lambda_{vac}}\right)^{2})^{-1} + C_{3}(\varepsilon - \left(\frac{1}{\lambda_{vac}}\right)^{2})^{-1} + 1$$

sendo que;

$$C_{1} = 8091,37 \times 10^{-8};$$
  

$$C_{2} = 2333983 \times 10^{-8};$$
  

$$C_{3} = 15518 \times 10^{-8};$$
  

$$\chi = 130;$$
  

$$\varepsilon = 38,9;$$

b) Equação da refratividade com volume 0,04 % de CO<sub>2</sub>;

$$\eta_x - 1 = [1 + 0.5327(x - 0.0004)](\eta_s - 1);$$

c) Equação de Edlén para o índice de refração no ar;

$$\eta = \left[ p \times \frac{(\eta_s - 1)}{K_1} \right] \times \frac{(1 + 10^{-8} \times (K_2 + K_3 T) \times p)}{(1 + K_4 T)} - f \times \left[ K_5 + K_6 \times \left(\frac{1}{\lambda_{vac}}\right)^2 \right] \times 10^{-10} + 1$$

Sendo que:

 $K_1 = 96095,43; K_2 = 0,601; K_3 = -0,00972; K_4 = 0,003661; K_5 = 3,7345; K_6 = 0,00401.$ 

# APÊNDICE

5

## Tendência das Séries de Medição

Neste apêndice são apresentados as tendência das quatro séries de três medições, que foram realizadas a cada 200 mm, em dias diferentes. São apresentados também os gráficos de tendência correspondentes.

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	Desvio padrão (µm)
0	0,000	0,000
200	0,089	0,038
400	0,147	0,032
600	0,194	0,011
800	0,236	0,022
1000	0,294	0,034
1200	0,348	0,044
1400	0,419	0,040
1600	0,469	0,068
1800	0,532	0,077
2000	0,603	0,090

Tabela A5.1 – Registro da Medição 1



Figura A5.1 - Gráfico da Tendência da Medição 1

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	Desvio padrão (µm)
0	0,000	0,000
200	0,033	0,034
400	0,110	0,022
600	0,187	0,028
800	0,242	0,013
1000	0,267	0,059
1200	0,363	0,015
1400	0,402	0,034
1600	0,486	0,023
1800	0,603	0,053
2000	0,665	0,062





Figura A5.2 – Gráfico da Tendência da Medição 2

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	Desvio padrão (µm)
0	0,000	0,000
200	0,027	0,010
400	0,140	0,031
600	0,192	0,010
800	0,245	0,016
1000	0,316	0,031
1200	0,364	0,021
1400	0,365	0,064
1600	0,514	0,022
1800	0,553	0,084
2000	0,656	0,058

Tabela A5.3 – Registro da Medição 3



Figura A5.3 - Gráfico da Tendência da Medição 3

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	Desvio padrão (µm)
0	0,000	0,000
200	0,044	0,028
400	0,147	0,018
600	0,203	0,017
800	0,275	0,009
1000	0,319	0,014
1200	0,388	0,021
1400	0,482	0,029
1600	0,553	0,012
1800	0,563	0,098
2000	0,690	0,049



Figura A5.4 - Gráfico da Tendência da Medição 4
### APÊNDICE 6

### Análise Estatística

### 6.1 – Teste da Diferença das Variâncias

São apresentados as comparações entre as variâncias de todas as medições, calculando-se o F a cada duas medições, para cada comprimento nominal.

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	S <sub>1</sub>
0	0,000	0,000
200	0,082	0,027
400	0,147	0,032
600	0,194	0,011
800	0,236	0,022
1000	0,294	0,034
1200	0,348	0,044
1400	0,419	0,040
1600	0,469	0,068
1800	0,532	0,077
2000	0,603	0,090

Tabela A.6.1 – Registro da medição 1

Tabela A.6.2 – Comparação das Variâncias 1 e 2

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	<i>S</i> <sub>2</sub>
0	0,000	0,000
200	0,033	0,034
400	0,110	0,022
600	0,187	0,028
800	0,242	0,013
1000	0,267	0,059
1200	0,363	0,015
1400	0,402	0,034
1600	0,486	0,023
1800	0,603	0,053
2000	0,665	0,062

$S_{c_{(1,2)}}$	$F_{cal}$	$F_{\rm tab}$
0,000		
0,031	1,647	19,00
0,027	2,043	19,00
0,021	5,872	19,00
0,018	3,058	19,00
0,048	3,031	19,00
0,033	9,398	19,00
0,037	1,388	19,00
0,050	8,786	19,00
0,066	2,064	19,00
0,077	2,096	19,00

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	S <sub>3</sub>
0	0,000	0,000
200	0,027	0,010
400	0,140	0,031
600	0,192	0,010
800	0,245	0,016
1000	0,316	0,031
1200	0,364	0,021
1400	0,365	0,064
1600	0,514	0,022
1800	0,553	0,084
2000	0,656	0,058

$S_{c_{(1,2)e^3}}$	$F_{cal}$	$F_{\rm tab}$
0,027	8,743	19,25
0,028	1,273	19,25
0,019	4,807	19,25
0,018	1,263	19,25
0,044	2,393	19,25
0,030	2,374	19,25
0,046	3,034	19,25
0,044	5,114	19,25
0,071	1,601	19,25
0,072	1,785	19,25

Tabela A.6.3 – Comparação das Variâncias 1, 2 e 3

Tabela A.6.4 - Comparação das Variâncias 1, 2, 3 e 4

Comprimento (mm)	Tendência (µm)	<i>S</i> <sub>4</sub>
0	0,000	0,000
200	0,044	0,028
400	0,147	0,018
600	0,203	0,017
800	0,275	0,009
1000	0,319	0,014
1200	0,388	0,021
1400	0,482	0,029
1600	0,553	0,020
1800	0,563	0,098
2000	0,690	0,049

$S_{c_{(1,2,3)e4}}$	F <sub>cal</sub>	F <sub>tab</sub>
0,027	1,111	19,37
0,027	2,412	19,37
0,018	1,188	19,37
0,016	4,034	19,37
0,040	9,828	19,37
0,029	1,978	19,37
0,044	2,492	19,37
0,041	4,903	19,37
0,078	1,888	19,37
0,068	2,177	19,37

### 6.3 – Comparação entre as Médias

São apresentados as comparações entre todas as médias como exposto em 5.5.2. Como os graus de liberdade são iguais, para todas as medições, tem-se que o t da tabela de *student* é 2,92.

Tabela A.6.5 - Comparação das médias 1 e 2

L	$\left \overline{x}_{1}-\overline{x}_{2}\right $	<i>S</i> <sub><i>c</i><sub>1,2</sub></sub>	$\sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 * n_2}} \times s_{c_{1,2}}$	$\left  \overline{x}_{1} - \overline{x}_{2} \right  - t \times \sqrt{\frac{n_{1} + n_{2}}{n_{1} * n_{2}}} \times s_{c_{1,2}}$	$\left \bar{x}_{1}-\bar{x}_{2}\right +t\times\sqrt{\frac{n_{1}+n_{2}}{n_{1}*n_{2}}}\times s_{c_{1,2}}$
200	0,049	0,031	0,025	-0,024	0,122
400	0,038	0,027	0,022	-0,027	0,103
600	0,007	0,021	0,017	-0,044	0,057
800	0,005	0,018	0,015	-0,038	0,049
1000	0,027	0,048	0,040	-0,089	0,142
1200	0,015	0,033	0,027	-0,064	0,094
1400	0,017	0,037	0,030	-0,071	0,105
1600	0,017	0,050	0,041	-0,104	0,137
1800	0,070	0,066	0,054	-0,087	0,227
2000	0,062	0.077	0,063	-0,122	0,246

Tabela A.6.6 - Comparação das médias 1 e 3

L	$\left \overline{x_1}-\overline{x_3}\right $	<i>S</i> <sub><i>c</i><sub>1,3</sub></sub>	$\sqrt{\frac{n_{1}+n_{3}}{n_{1}*n_{3}}} \times S_{c_{1,3}}$	$\left \bar{x}_{1}-\bar{x}_{3}\right -t\times\sqrt{\frac{n_{1}+n_{3}}{n_{1}*n_{3}}}\times s_{c_{1,3}}$	$\left \bar{x}_{1}-\bar{x}_{3}\right +t\times\sqrt{\frac{n_{1}+n_{3}}{n_{1}*n_{3}}}\times S_{c_{1,3}}$
200	0,055	0,020	0,116	-0,284	0,395
400	0,008	0,031	0,144	-0,413	0,428
600	0,002	0,011	0,084	-0,243	0,247
800	0,008	0,019	0,114	-0,324	0,341
1000	0,022	0,033	0,148	-0,410	0,453
1200	0,015	0,035	0,153	-0,430	0,461
1400	0,054	0,053	0,189	-0,497	0,606
1600	0,045	0,050	0,183	-0,490	0,580
1800	0,020	0,080	0,231	-0,655	0,695
2000	0,053	0,076	0,224	-0,602	0,709

L	$\left \overline{x}_{1}-\overline{x}_{4}\right $	<i>S</i> <sub><i>c</i><sub>1,4</sub></sub>	$\sqrt{\frac{n_{_1} + n_{_4}}{n_{_1} * n_4}} \times S_{c_{1,4}}$	$\left \bar{x}_{1}-\bar{x}_{4}\right -t\times\sqrt{\frac{n_{1}+n_{4}}{n_{1}*n_{4}}}\times s_{c_{1,4}}$	$\left \bar{x}_{1}-\bar{x}_{4}\right +t\times\sqrt{\frac{n_{1}+n_{4}}{n_{1}*n_{4}}}\times s_{c_{1,4}}$
200	0,038	0,027	0,135	-0,357	0,432
400	0,000	0,026	0,131	-0,383	0,383
600	0,009	0,014	0,098	-0,278	0,296
800	0,038	0,017	0,106	-0,271	0,348
1000	0,025	0,026	0,132	-0,361	0,410
1200	0,039	0,035	0,153	-0,406	0,485
1400	0,063	0,035	0,153	-0,383	0,509
1600	0,084	0,050	0,182	-0,448	0,616
1800	0,031	0,088	0,242	-0,677	0,738
2000	0,088	0,072	0,220	-0,553	0,729

Tabela A.6.7 - Comparação das médias 1 e 4

### Tabela A.6.8 - Comparação das médias 2 e 3

L	$\left \overline{x}_{2}-\overline{x}_{3}\right $	<i>S</i> <sub><i>c</i><sub>2,3</sub></sub>	$\sqrt{\frac{n_2 + n_3}{n_2 * n_3}} \times S_{c_{2,3}}$	$ \bar{x}_2 - \bar{x}_3  - t \times \sqrt{\frac{n_2 + n_3}{n_2 * n_3}} \times s_{c_{2,3}}$	$\left \bar{x}_{2}-\bar{x}_{3}\right +t\times\sqrt{\frac{n_{2}+n_{3}}{n_{2}*n_{3}}}\times s_{c_{2,3}}$
200	0,006	0,025	0,130	-0,354	0,367
400	0,030	0,027	0,134	-0,341	0,401
600	0,005	0,021	0,117	-0,321	0,331
800	0,003	0,015	0,098	-0,270	0,276
1000	0,049	0,047	0,178	-0,445	0,543
1200	0,001	0,018	0,111	-0,306	0,307
1400	0,037	0,051	0,185	-0,476	0,551
1600	0,028	0,023	0,123	-0,312	0,369
1800	0,050	0,070	0,216	-0,550	0,650
2000	0,009	0,060	0,200	-0,546	0,564

### Tabela A.6.9 - Comparação das médias 2 e 4

L	$\left \overline{x}_{2}-\overline{x}_{4}\right $	S <sub>c2,4</sub>	$\sqrt{\frac{n_2 + n_4}{n_2 * n_4}} \times S_{c_{2,4}}$	$\left \bar{x}_{2}-\bar{x}_{4}\right -t\times\sqrt{\frac{n_{2}+n_{4}}{n_{2}*n_{4}}}\times S_{c_{2,4}}$	$\left \bar{x}_{2}-\bar{x}_{4}\right +t\times\sqrt{\frac{n_{2}+n_{4}}{n_{2}*n_{4}}}\times s_{c_{2,4}}$
200	0,012	0,031	0,144	-0,410	0,433
400	0,038	0,020	0,116	-0,301	0,377
600	0,016	0,023	0,124	-0,345	0,377
800	0,033	0,011	0,085	-0,216	0,282
1000	0,052	0,043	0,170	-0,444	0,547
1200	0,024	0,018	0,111	-0,298	0,347
1400	0,080	0,032	0,145	-0,345	0,504
1600	0,067	0,021	0,120	-0,282	0,417
1800	0,039	0,079	0,229	-0,631	0,709
2000	0,026	0,056	0,193	-0,538	0,589

L	$\left \overline{x}_{3}-\overline{x}_{4}\right $	<i>S</i> <sub><i>c</i><sub>3,4</sub></sub>	$\sqrt{\frac{n_3 + n_4}{n_3 * n_4}} \times S_{c_{3,4}}$	$\left \bar{x}_{3}-\bar{x}_{4}\right -t\times\sqrt{\frac{n_{3}+n_{4}}{n_{3}*n_{4}}}\times S_{c_{3,4}}$	$\left \bar{x}_{3}-\bar{x}_{4}\right +t\times\sqrt{\frac{n_{3}+n_{4}}{n_{3}*n_{4}}}\times S_{c_{3,4}}$
200	0,018	0,021	0,119	-0,328	0,364
400	0,008	0,025	0,130	-0,371	0,387
600	0,011	0,014	0,096	-0,270	0,291
800	0,030	0,013	0,093	-0,241	0,301
1000	0,003	0,024	0,127	-0,369	0,374
1200	0,024	0,021	0,120	-0,326	0,373
1400	0,117	0,050	0,183	-0,416	0,650
1600	0,039	0,021	0,119	-0,308	0,386
1800	0,010	0,091	0,246	-0,709	0,730
2000	0,034	0,054	0,189	-0,517	0,586

Tabela A.6.10 - Comparação das médias 3 e 4

### APÊNDICE 7

### Comparação dos Erros dos Sensores do Sistema-Objeto

Neste apêndice é mostrado a relação dos erros de indicação dos sensores de condições ambientais e o sensor de temperatura do material em relação aos seus respectivos padrões de referência. O objetivo desta comparação é avaliar variabilidade das indicação dos sensores do sistema-objeto em relação aos sensores do laser de referência, podendo-se assim estimar qual é a origem do erro de indicação dos comprimentos nominais. Se houver uma discrepância muito grande entre estas indicações, deve-se então, dependendo da exatidão requerida, calibrar os sensores pelo método convencional, ou seja, separadamente.



Figura A.7.1 – Gráfico dos erros do sensor de temperatura do material .



Figura A.7.2 – Gráfico dos erros do sensor de temperatura do ar.



Figura A.7.3 – Gráfico dos erros do sensor de umidade.



Figura A.7.4 – Gráfico dos erros de indicação do sensor de pressão.

### APÊNDICE 8 PLANILHAS DE INCERTEZA DE MEDIÇÃO

## Tabela A.8.1 – Planilha de Incerteza para 200 mm

Contribuições dependentes do comprimento

4	•							
Grandezas de Influência	Estimativa	Distribuição	Divisor	Incert. Padrão	Ci	Contrib.	ui <sup>2</sup>	٧i
	[mm]			$u(x_i)$ [ $\mu$ m]	[µm]	$u_i(y)$ [µm]	$[\mu m]^2$	
Repetitividade Lsr objeto								
	0,022	Normal	1	0,022	1	2,187E-02	4,78E-04	2
Repetitividade Lsr ref								
	0,022	Normal	1	0,022	1	2,187E-02	4,78E-04	2
Resolução Lsr objeto								
	0,01	Retangular	1,732	0,003	1	2,887E-03	8,33E-06	8
Resolução Lsr ref								
	0,01	Retangular	1,732	0,003	1	2,887E-03	8,33E-06	8
Instabilidade do Lsr objeto								
	0,02	Retangular	1,732	0,012	1	1,155E-02	1,33E-04	8
Instabilidade do Lsr ref								
	0,02	Retangular	1,732	0,012	1	1,155E-02	1,33E-04	8
Alinhamento do Lsr objeto								
	0,025	Retangular	1,732	0,014	1	1,443E-02	2,08E-04	8
Alinhamento do Lsr ref								
	0,025	Retangular	1,732	0,014	1	1,443E-02	2,08E-04	8
Comprimento morto								
	0,0529	Retangular	1,732	0,031	1	3,054E-02	9,33E-04	8
						Total =	2,590E-03	

0016230/CA
۶
Digital 1
ão
Certificaç
PUC-Rio -

Contribuições dependentes do comprimento

Grandezas de Influência	Estimativa	Distribuição	Divisor	Incert. Padrão	ci	Contrib.	ui <sup>2</sup>	Ś
				$u(x_i)$		$u_i(y)$ [µm]	$[\mu m]^2$	
Temperatura do Ar	[J°]			[°C]	$[^{\circ}C^{-1}x \mu m]$			
Incerteza do Certificado	0,1	Normal	2	0,050	1,86E-01	9,296E-03	8,642E-05	8
Pressão Atmosférica	[Pa]			[Pa]	[Pa <sup>-1</sup> x µm]			
Incerteza do Certificado	8,1	Normal	7	4,025	-5,37E-04	-2,160E-03	4,665E-06	8
Umidade do Ar	[%]			[%]	[Pa-1 x µm]			
Incerteza do Certificado	0,8	Normal	2	0,400	1,67E-03	6,685E-04	4,470E-07	8
Temperatura do Objeto	$[O_0]$			[J <sub>0</sub> ]	[oC-1x µm]			
Incerteza do Certificado	0,007	Normal	2	0,004	-2	-8,050E-03	6,480E-05	8
Comprimento de onda	[unt]			[mn]	[mm]			
	7,0E-09	Normal	2	3,5E-09	1	3,500E-09	1,225E-17	8
		,				Total =	1,563E-04	

[mm]	1µm] 2,08
0,052	(105%) k=
$(u_c(y)) = (1/c_{cont})$	(U(y)) = 33,0
Incerteza Combinada	uncerteza Expanulua V <sub>efetivo</sub> =

# Tabela A.8.2 – Planilha de Incerteza para 2000 mm.

Contribuições independentes do comprimento.

T 6	•							
Grandezas de Influência	Estimativa	Distribuição	Divisor	Incert. Padrão	Ci	Contrib.	ui <sup>2</sup>	٧i
	[mm]			$u(x_i)$ [ $\mu$ m]	[mm]	$u_i(y)$ [µm]	$[\mu m]^2$	
Repetitividade Lsr objeto								
	0,052	Normal	1	0,052	1	5,185E-02	2,689E-03	2
Repetitividade Lsr ref								
	0,052	Normal	1	0,052	1	5,185E-02	2,689E-03	2
Resolução Lsr objeto								
	0,01	Retangular	1,732	0,003	1	2,887E-03	8,334E-06	8
Resolução Lsr ref								
	0,01	Retangular	1,732	0,003	1	2,887E-03	8,334E-06	8
Instabilidade do Lsr objeto								
	0,02	Retangular	1,732	0,012	1	1,155E-02	1,333E-04	8
Instabilidade do Lsr ref								
	0,02	Retangular	1,732	0,012	1	1,155E-02	1,333E-04	8
Alinhamento do Lsr objeto								
	0,025	Retangular	1,732	0,014	1	1,443E-02	2,083E-04	8
Alinhamento do Lsr ref								
	0,025	Retangular	1,732	0,014	1	1,443E-02	2,083E-04	8
Comprimento morto								
	0,0529	Retangular	1,732	0,031	1	3,054E-02	9,329E-04	8
						Total =	7,011E-03	

<
G.
Υ.
0
cO.
2
G
Ξ
×
$\circ$
٩,
2
7
10
5
÷≅ʻ
ഥ
0
ž
°Ö~
ā
C
Ξ
Ľ
Ð
Õ
<u>.</u>
-
<u>o</u> .
Ē
<u></u>
C
Ď.
ñ
_

Contribuições dependentes do comprimento

Grandezas de Influência	Estimativa	Distribuição	Divisor	Incert. Padrão	ci	Contrib.	ui <sup>2</sup>	× ن
				$u(x_i)$		$u_i(y)$ [µm]	$[\mu m]^2$	
Temperatura do Ar	[°C]			[0°C]	$[^{0}C^{-1}x \mu m]$			
Incerteza do Certificado	0,1	Normal	7	0,050	1,86E+00	9,296E-02	8,642E-03	8
Pressão Atmosférica	[Pa]			[Pa]	[Pa <sup>-1</sup> x μm]			
Incerteza do Certificado	8,1	Normal	7	4,025	-5,37E-03	-2,160E-02	4,665E-04	8
Umidade do Ar	[%]			[%]	[Pa <sup>-1</sup> x μm]			
Incerteza do Certificado	0,8	Normal	7	0,400	1,67E-02	6,685E-03	4,470E-05	8
Temperatura do Objeto	[0 <sup>°</sup> C]			[J°]	$[^{0}C^{-1}x \mu m]$			
Incerteza do Certificado	0,007	Normal	2	0,004	-23	-8,050E-02	6,480E-03	8
Comprimento de onda	[mn]			[ˈmm]	[mn]			
	7,0E-09	Normal	7	3,5E-09	1	3,500E-09	1,225E-17	8
						Total =	1,563E-02	

[mm]	[mm]	2,00
0,150	0,306	(195%) k=
Incerteza Combinada (u <sub>c</sub> (y)) =	Incerteza Expandida (U(y)) =	$v_{efetivo} = 70,9$